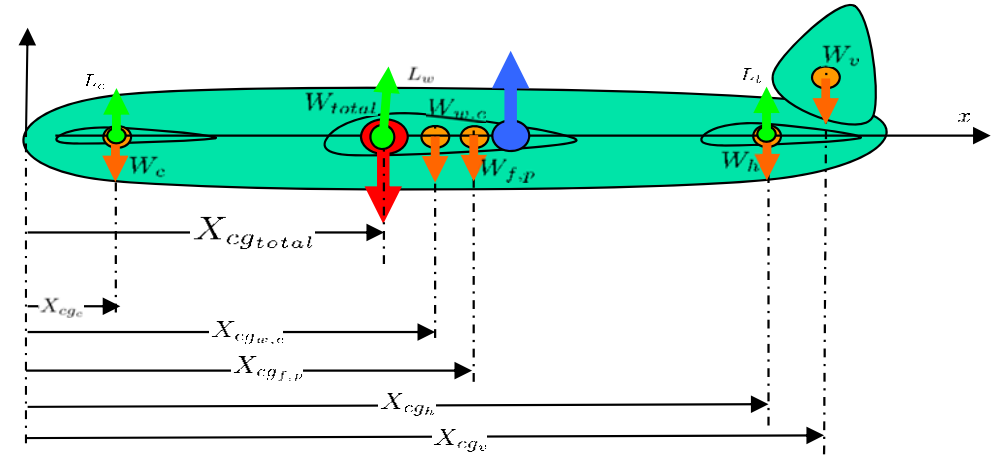


$$C_{M_{\delta}} = C_{M_{\delta c}} + C_{M_{\delta t}}$$

$$C_{M_{\delta c}} = \frac{q_c S_c}{q S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_c}) C_{L_{\delta c}} + \frac{q_c S_c \bar{C}_c}{q S \bar{C}} C_{M_{\delta AC_c}}$$

$$C_{M_{\delta t}} = \frac{q_t S_t}{q S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_t}) C_{L_{\delta t}} + \frac{q_t S_t \bar{C}_t}{q S \bar{C}} C_{M_{\delta AC_t}}$$



# Estabilidad y Control Preliminar

## Tema 8

**Sergio Esteban Roncero**  
**Departamento de Ingeniería Aeroespacial**  
**Y Mecánica de Fluidos**

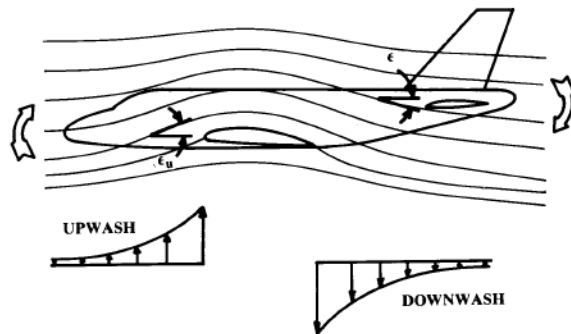
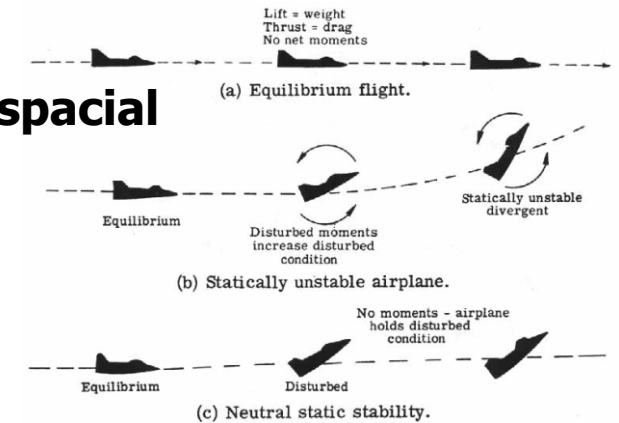


Fig. 16.10 Wing flowfield effect on pitching moment.

# Índice

- Introducción: Estabilidad.
- ¿Que hacer?
- Plano Horizontal y Vertical: ¿Que son y que función tienen?
- Estabilidad Estática Longitudinal.
- Control Longitudinal
- Estabilidad Estática Lateral Direccional.
- Control Lateral-Direccional.
- Bibliografía.

# Estabilidad – Estudio Preliminar

## ¿Que hacer?

- Estabilidad y Control:
  - Estudio del trimado (longitudinal y lateral direccional):
    - Viabilidad del diseño mediante estudio de trimado.
    - Plantear problemas de configuración y prever solución para rev. 3.
  - Inicio de la **estabilidad estática**.
  - Inicio modelado (**derivadas estabilidad**).
  - Interacción:
    - Dimensionado e ubicación superficies (Diseño)
    - Corrección pesos (Estructuras)
    - Necesidades de Estabilidad (Aerodinámica)
- Centrar esfuerzos en líneas bien diferenciadas
  - Trimado longitudinal y lateral-direccional
    - Optimización de trimado ( $\alpha$  óptimo,  $C_D$  mínimo)
  - Centrado de masas

# Estabilidad y Control - I

- Trimado Longitudinal
  - Múltiples posibles variaciones para conseguir el trimado
    - Incidencias de las superficies
    - Superficies alares
    - Distancias de las superficies
  - Centrarse en los elementos que pueden variar:
    - Empezar con la variación de la incidencia estableciendo las dimensiones que tenéis en pre-diseño.
    - Variación de distancias (dentro de la lógica que permita la parte de diseño)
    - Superficies siempre cumpliendo actuaciones
  - ¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡INGENIERÍA CONCURRENTE!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
  - Considerar la validez de los resultados obtenidos
    - Resistencia de trimado
  - Verificar siempre las ecuaciones del sumatorio de fuerzas y momentos para buscarle lógica a lo que está ocurriendo.
  - Centrarse en una velocidad (cruce) para el dimensionado inicial
  - Variación del centro de gravedad en función del movimiento de superficies:  
**MARGEN ESTÁTICO**
  - Variación de la efectividad de las superficies de control  $C_{L\delta e}$  y  $C_{M\delta e}$



- 1º - Trimado longitudinal del aeronave
  - Selección de ubicación  $S_w$  y Centrado de  $X_{cg}$ 
    - Estudio de variación del  $X_{cg}$  y del  $XNA$  en función de la variación de la posición del ala
    - Coordinación con depts Estructuras y Diseño/Sistemas
  - Selección de  $S_H$ .
    - Elegir incidencia del ala – conf optima después de análisis simplificado
    - Elegir configuración preliminar de “Tail Volume Coefficient”
    - Evaluar condiciones de trimado: resistencia de trimado
    - Coordinación con depts. Aerodinámica y Actuaciones
- 2º - Selección de superficies verticales en función de procedimientos sencillos
  - Fallo de motor y vuelo con resbalamiento nulo ante viento lateral
- 3º - Trimado lateral-direccional del aeronave
  - Ajuste selección  $S_v$ .
  - Ajuste selección superficies de control: Alerones & timón de dirección
- 4º - Análisis del Estudio de Respuestas Dinámicas
  - Estudio de respuestas dinámicas
    - Aproximaciones: modelo simplificado
      - Cálculo derivadas de estabilidad mediante métodos empíricos
    - Empleo de XFLR5 + Métodos clásicos
      - Cálculo derivadas de estabilidad XFLR5 (no permite propulsión)

# Estabilidad

- El concepto de estabilidad se define simplemente como la **cualidad** en la que un **avión estable** tiende a **regresar** a la **condición de estabilidad** de forma **autónoma**.
- Se distingue entre:
  - Estabilidad estática
  - Estabilidad dinámica.
- Estabilidad estática está presente cuando las fuerzas creadas por una perturbación, tal como el momento de cabeceo debido a un incremento en el ángulo de ataque, la misma naturaleza de la perturbación empujan al avión a recuperar su estado original.
  - Si las fuerzas de recuperación son demasiado fuertes el avión puede pasarse de sus valores iniciales y entrar en un modo oscilatorio incontrolable
- Estabilidad dinámica está presente si el movimiento dinámico del avión regresa eventualmente a su estado original

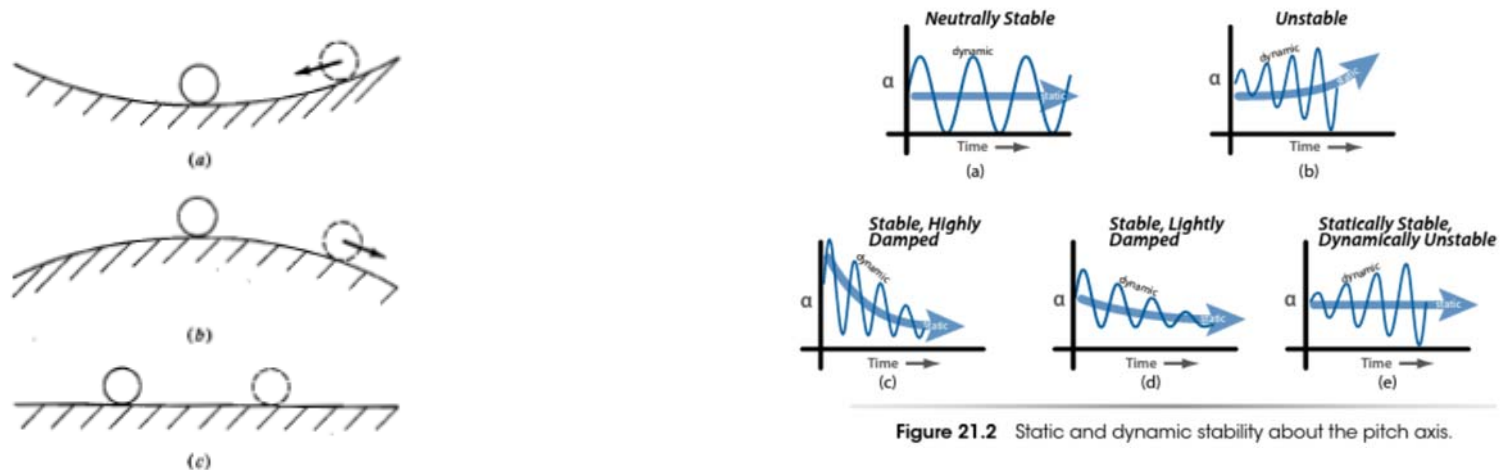
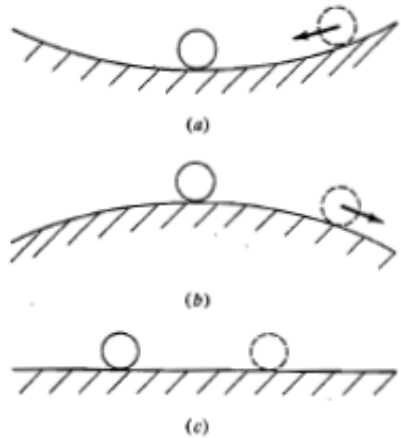


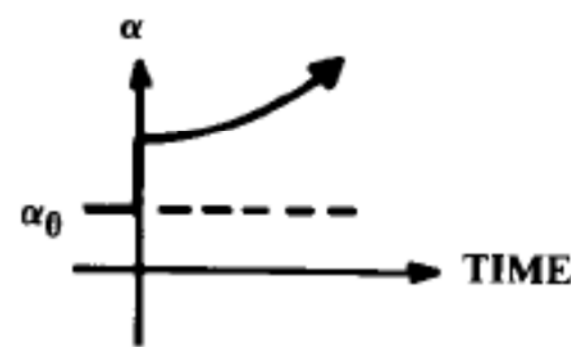
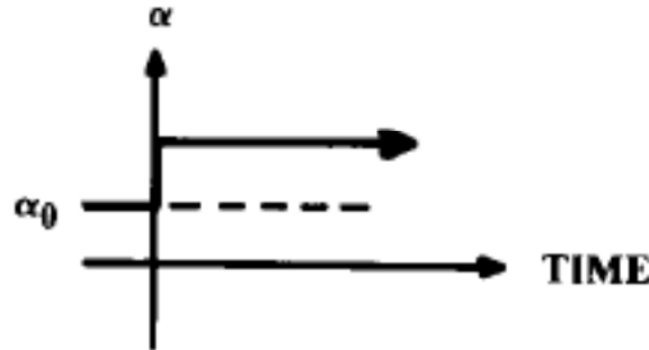
Figure 21.2 Static and dynamic stability about the pitch axis.

# Estabilidad Estática y Dinámica



(a) PERFECTLY NEUTRAL

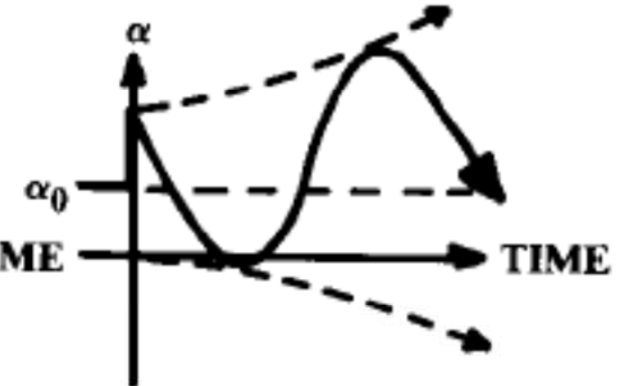
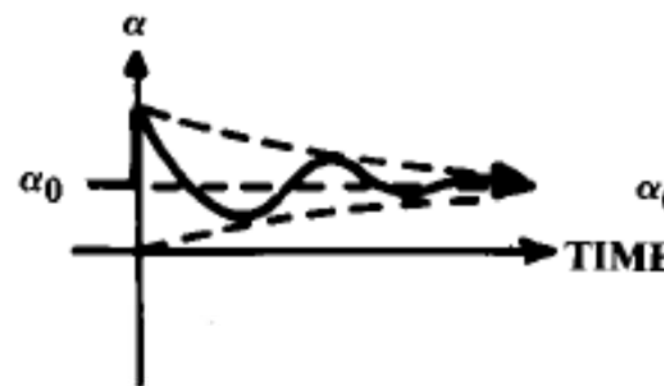
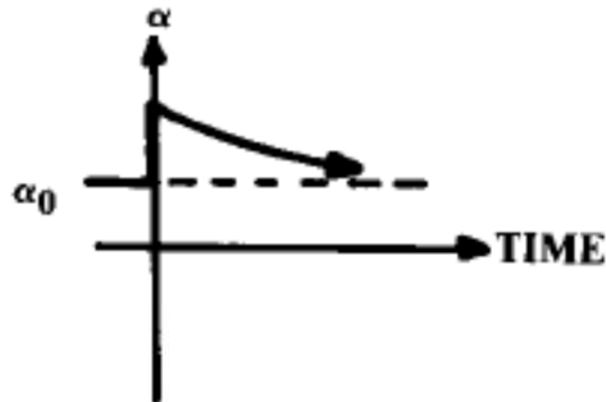
(b) STATICALLY UNSTABLE



(c) STABLE, HIGHLY DAMPED

(d) STABLE, LIGHTLY DAMPED

(e) STATICALLY STABLE, DYNAMICALLY UNSTABLE



“DIVERGENCE”

Fig. 16.1 Static and dynamic stability.

# Estabilidad Estática y Dinámica

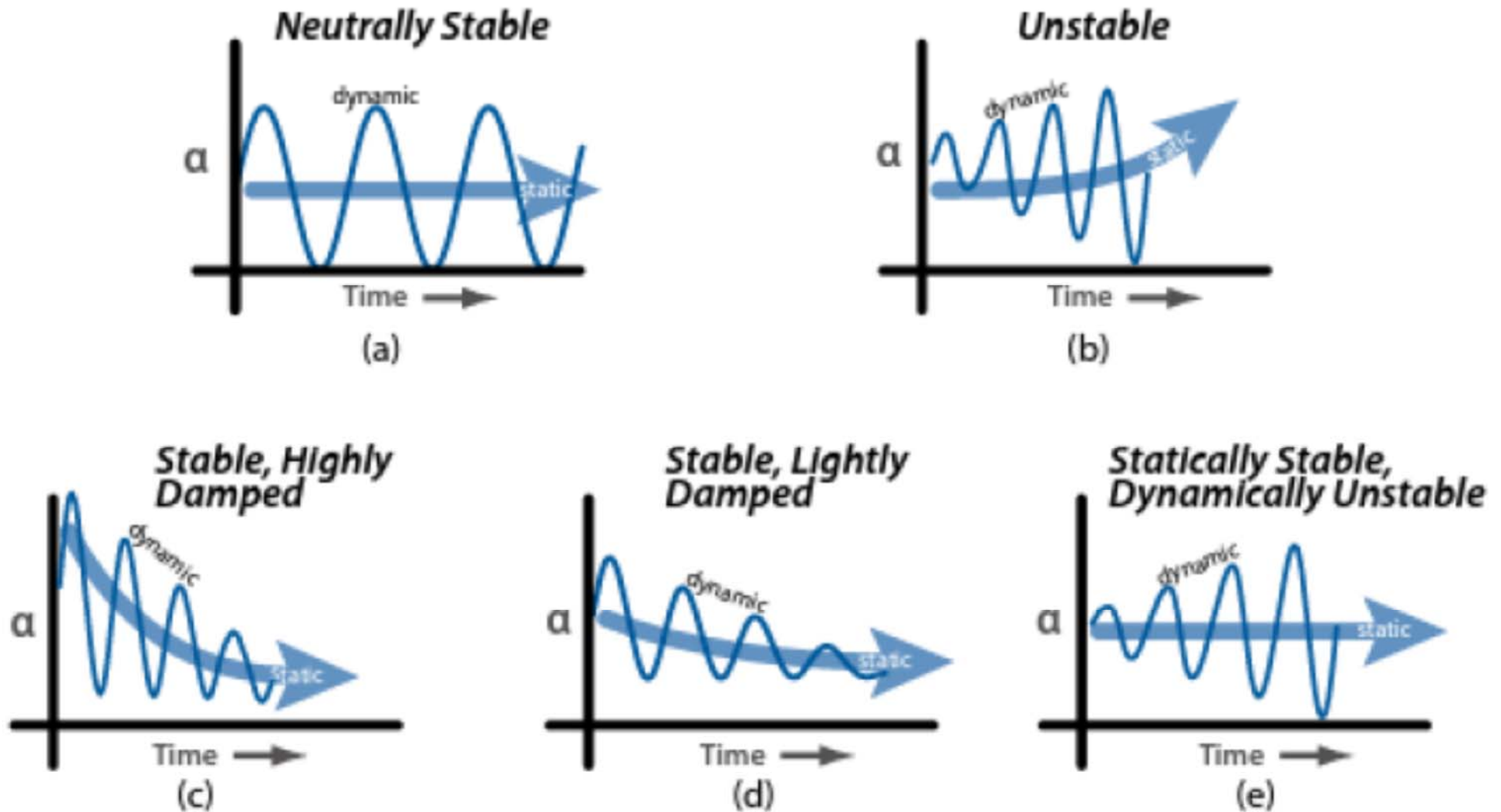


Figure 21.2 Static and dynamic stability about the pitch axis.

# Plano Horizontal de Cola

- Funciones del plano horizontal de cola:
  - Las funciones son:
    - **Equilibrar** el avión para el vuelo horizontal.
    - Garantizar la **estabilidad estática** longitudinal.
    - Proporcionar un **comportamiento dinámico** aceptable.
    - Producir **fuerzas aerodinámicas** que permitan maniobrar en el plano vertical.
  - Las **fuerzas** a ejercer por el **piloto** quedarán por debajo de ciertos límites tanto en aviones pequeños como en grandes (**sensibilidad artificial**).
  - El plano horizontal de cola no es la única solución posible:
    - Canard.
    - Avión sin plano horizontal.
    - En aviones de transporte el compromiso óptimo suele ser el diseño clásico.
  - En la etapa de diseño preliminar es más difícil estudiar la cola que el ala o el fuselaje, ya que entran en juego detalles que se conocen poco y a veces es vital el estudio dinámico que no es abordable.

# Plano Vertical de Cola - 1

- El estabilizador vertical de cola debe:
  - **Asegurar la aeronavegabilidad** tras el **fallo** del **motor crítico**.
  - Garantizar la **estabilidad estática lateral**.
  - Proporcionar un **comportamiento dinámico** aceptable en modos laterales.
    - Balanceo Holandés (*Dutch Roll*) que es el equivalente del *short period* para lateral debe ser amortiguado correctamente.
    - El modo espiral suele ser inestable.
  - Garantizar el **aterrizaje** con **viento cruzado**.
  - Producir **fuerzas** para **maniobrar fuera** del **plano vertical**.
- El diseño preliminar de la superficie vertical es aún **más difícil** que el de la horizontal:
  - La **aerodinámica lateral** del avión **no** es **conocida**.
  - La **actitud** del **avión** **no** es **simétrica**.
  - El **comportamiento** del **flujo** es muy **complejo**.

# Plano Vertical de Cola - 2

- Parámetros Geométricos del plano vertical de cola:
  - Alargamiento.
  - Estrechamiento.
  - Flecha
  - Espesor
  - Área del timón
- El alargamiento depende del tipo de cola:
  - colas en T, muy efectivas ( $b_2/S_v \sim 0,8$  a  $1,1$ )
  - Superficies separadas ( $b_2/S_v \sim 1,4$  a  $2$ )
- El parámetro de estrechamiento influye principalmente en el ahorro de peso estructural .
  - Las colas en T no suelen tener estrechamiento.
- Flecha en función del Mach y espesor:
  - Algunos aviones turbohélicos la tienen por estética.
  - La flecha contribuye a aumentar el coeficiente de volumen (*tail volume ratio*).
- Espesor semejante al del estabilizador horizontal:
  - En colas en T es algo mayor para poder soportar las cargas del plano horizontal.
- El área del timón de dirección se toma de aviones semejantes:
  - Su efectividad depende de la fracción de cuerda ocupada.

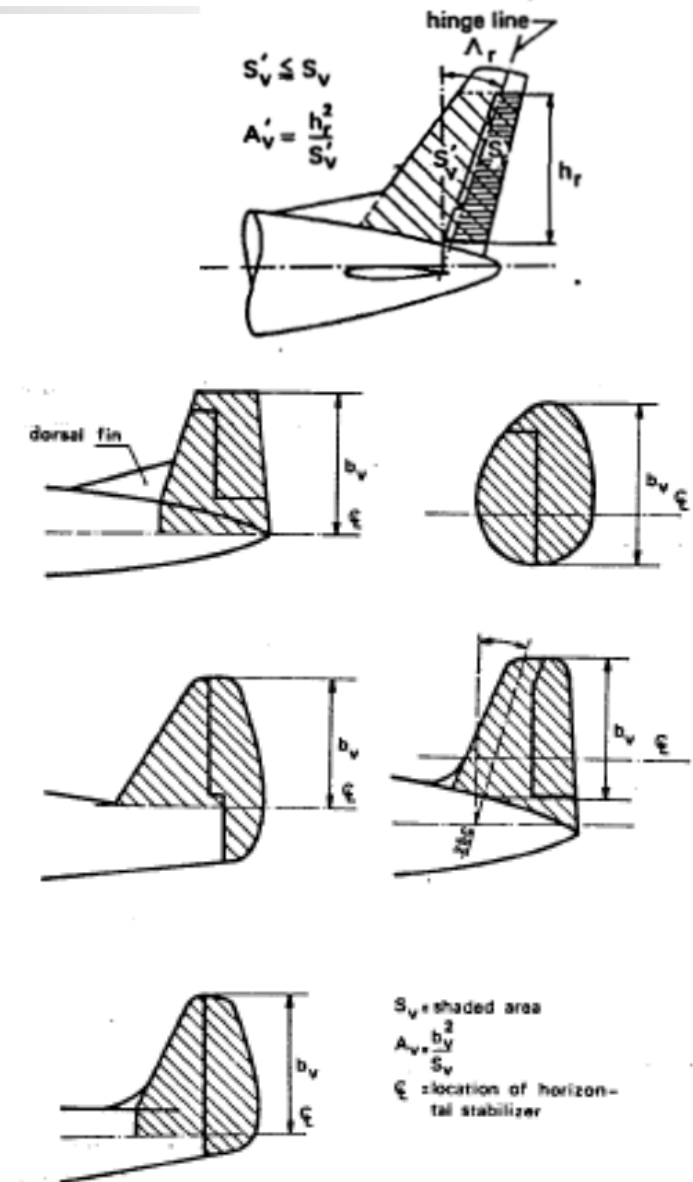


Fig. 9-20. Aerodynamic definitions of vertical tailplane area and aspect ratio





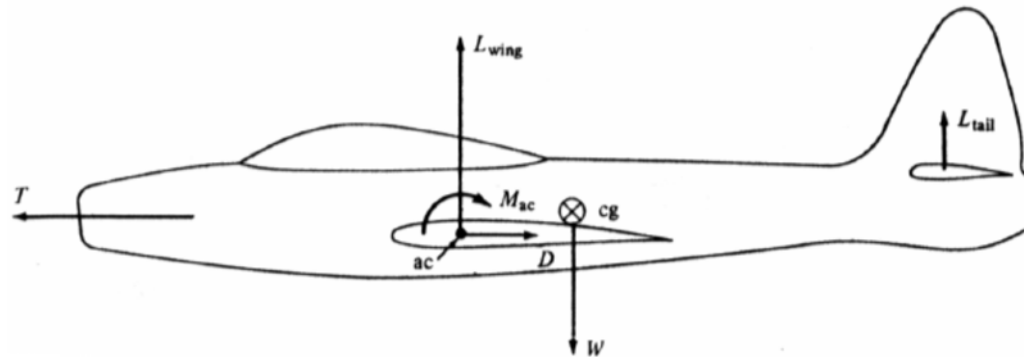


# Estabilidad Estática Longitudinal

- El hecho que la mayoría de los aviones son **simétricos** sobre la línea central permite **desacoplar** el análisis de la **estabilidad** y control en **longitudinal** y **lateral-direccional**.
- Las **fuerzas** y **momentos** que actúan en un avión son las que determinan tanto su **estabilidad estática, dinámica** como su **maniobrabilidad**, y depende de las contribuciones de los diferentes elementos de un avión:
  - Alas.
  - Fuselaje.
  - Cola. (Trasera convencional y/o Delantera: canard)
  - Motor.
- Los momentos asociados a las superficies que generan sustentación, tales como canard, ala, o cola, son los propios de cada perfil si tiene curvatura más el asociado a la sustentación de cada perfil a través del centro aerodinámico de la superficie.
  - El centro aerodinámico (*Mean Aerodinámic Center*) es el lugar del perfil donde el momento de cabeceo del perfil es constante para cualquier ángulo de ataque
    - $MAC \approx 25\%$  del perfil para aviones subsónicos.
    - $MAC \approx 50\%$  del perfil para aviones supersónicos.

# Estabilidad y Control Longitudinal - I

- Se considera un avión en **vuelo horizontal, rectilíneo y uniforme**.
- Las contribuciones más importantes al momento de cabeceo aerodinámico ( $M_A$ ) son:
  - la sustentación del ala  $L_w$
  - el momento de cabeceo alrededor del centro aerodinámico del ala,  $M_{ca}$
  - la sustentación de la cola,  $L_t$



$$M_A = M_{ca} + L_w x - L_t(l - x),$$

- “ $l$ ” es la distancia entre los centros aerodinámicos del ala y de la cola.
- “ $x$ ” es la distancia entre el centro aerodinámico del ala y del centro de masas

# Estabilidad y Control Longitudinal - II

## SIMPLIFICACIONES INICIALES

- Momentos de Cabeceo:
  - Momento asociado a la **deflexión de las superficies**, el cual también aumenta la sustentación de las superficies.
    - El momento de deflexión también influye en gran medida a la generación del *downwash*.
  - **Componente de la resistencia es pequeño** y se suele despreciar.
  - **Contribución del motor:**
    - Empuje por la distancia vertical del motor.
    - Fuerza vertical producida por el motor al modificar el flujo de aire.
    - *Propwash* influye en el ángulo de ataque efectivo de la cola y posiblemente del ala
  - **Fuselaje y góndolas generan momentos de cabeceo** que son difíciles de estimar si no es con túneles de viento, los cuales están influenciados tanto por el *upwash* como el *downwash* generados por el ala.

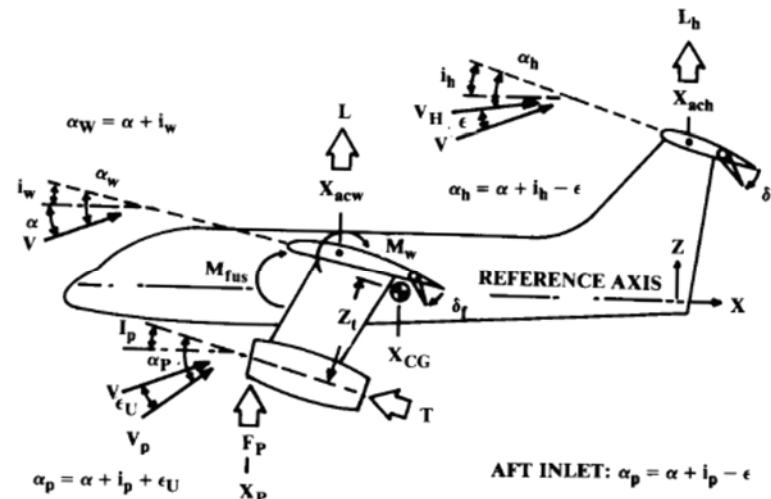


Fig. 16.3 Longitudinal moments.

# Modelo de Fuerzas y Momentos - 1

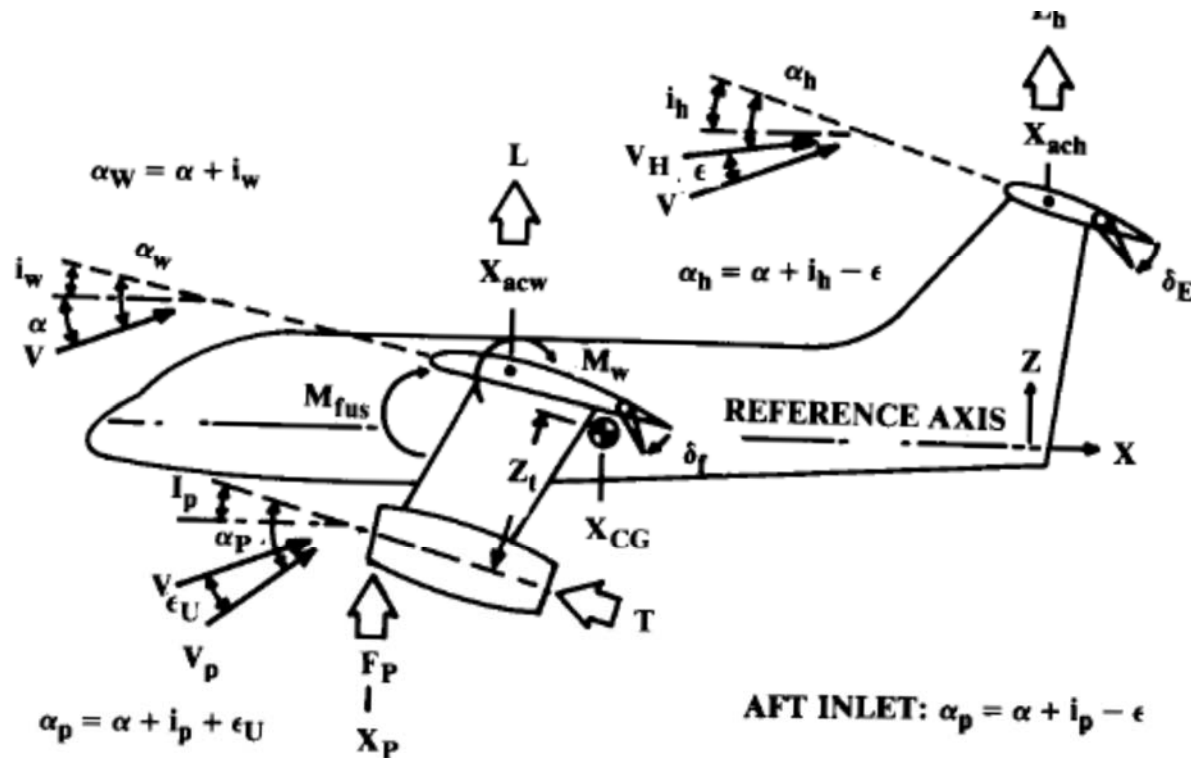
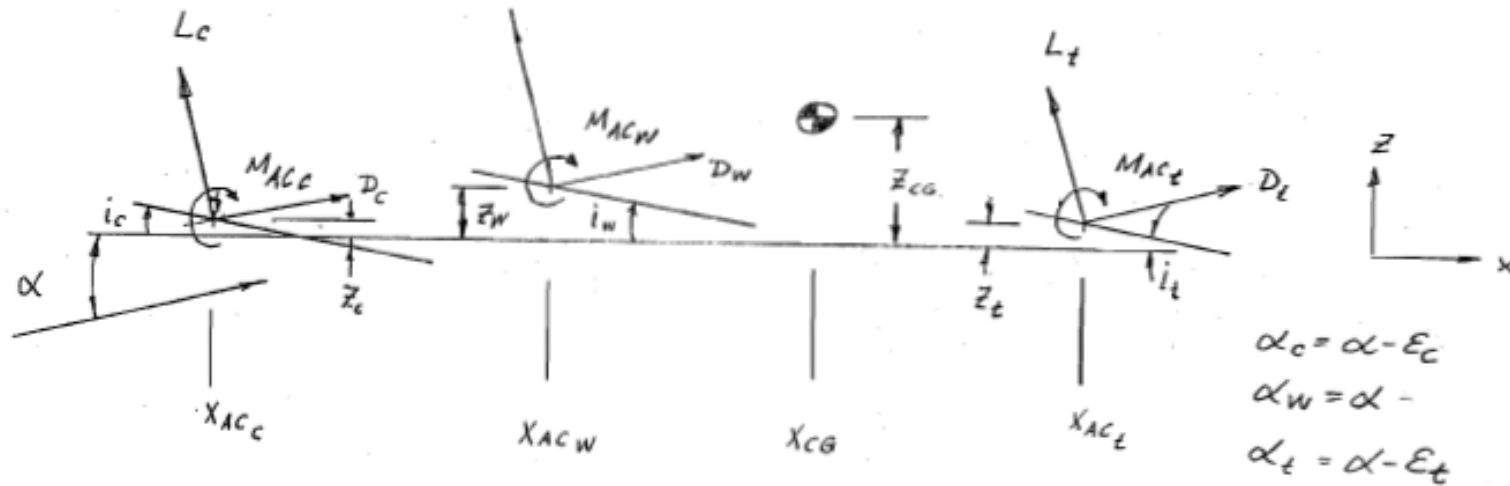
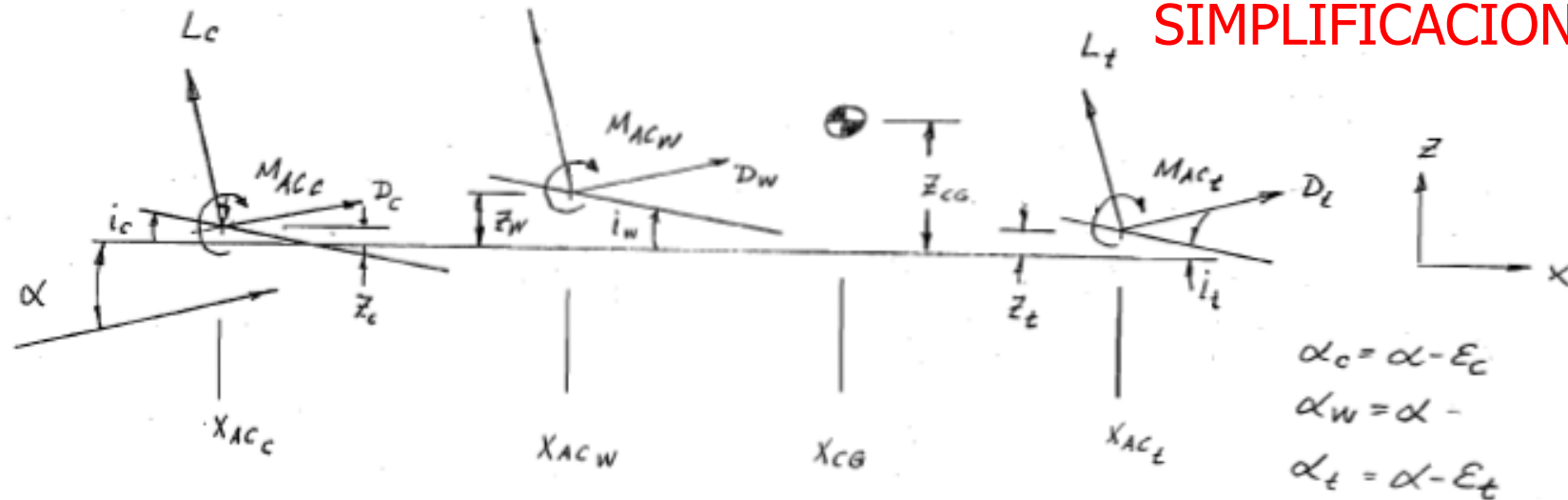


Fig. 16.3 Longitudinal moments.

# Modelo de Fuerzas y Momentos - 2

## SIMPLIFICACIONES



$$F_z = (L_c \cos \alpha_c + L_w \cos \alpha_w + L_t \cos \alpha_t) + (D_c \sin \alpha_c + D_w \sin \alpha_w + D_t \sin \alpha_t)$$

$$F_x = -(L_c \sin \alpha_c + L_w \sin \alpha_w + L_t \sin \alpha_t) + (D_c \cos \alpha_c + D_w \cos \alpha_w + D_t \cos \alpha_t)$$

$$M = M_{AC_c} + M_{AC_w} + M_{AC_t} + (L_c \cos \alpha_c + D_c \sin \alpha_c)(X_{CG} - X_{AC_c})$$

$$+ (L_w \cos \alpha_w + D_w \sin \alpha_w)(X_{CG} - X_{AC_w})$$

$$+ (L_t \cos \alpha_t + D_t \sin \alpha_t)(X_{CG} - X_{AC_t})$$

$$+ (L_c \sin \alpha_c - D_c \cos \alpha_c)(Z_{CG} - Z_c)$$

$$+ (L_w \sin \alpha_w - D_w \cos \alpha_w)(Z_{CG} - Z_w)$$

$$+ (L_t \sin \alpha_t - D_t \cos \alpha_t)(Z_{CG} - Z_t)$$

$$\alpha_c = \alpha - \epsilon_c$$

$$\alpha_w = \alpha$$

$$\alpha_t = \alpha - \epsilon_t$$

$$\cos \alpha \approx 1$$

$$\sin \alpha \approx 0$$

$$Z_{cg} \approx \text{pequeno}$$

# Estabilidad Estática en Cabeceo - 1

- Para generar **estabilidad estática** en **cabeceo** es necesario que para cualquier **cambio** en el **ángulo** de ataque se generen **momentos** que **opongan** el **cambio**, lo que implica que la **derivada** del momento de cabeceo con respecto del ángulo de ataque tiene que ser **negativa**:
  - Convención del signo: **momentos** de cabeceos **positivos** en el **sentido** de las **agujas del reloj**.
- Dado  $C_{M_\alpha}$  fijo, lo único que podemos **variar** es el **margen de estabilidad** definido por la **variación** entre el **centro de gravedad** del avión y el **centro aerodinámico** de este.
- Si la **distancia** es **negativa**, el **avión** es **inestable**, por lo que la deseamos positiva, y cuanto más grande sea su magnitud, mas estable será el avión, lo que implica que
  - $C_{M_\alpha}$  negativo
  - $C_{M_0}$  positivo

$$\begin{aligned}C_{M_\alpha} &= C_{L_\alpha} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{NA}) \\ &= -C_{L_\alpha} (\bar{X}_{NA} - \bar{X}_{CG})\end{aligned}$$

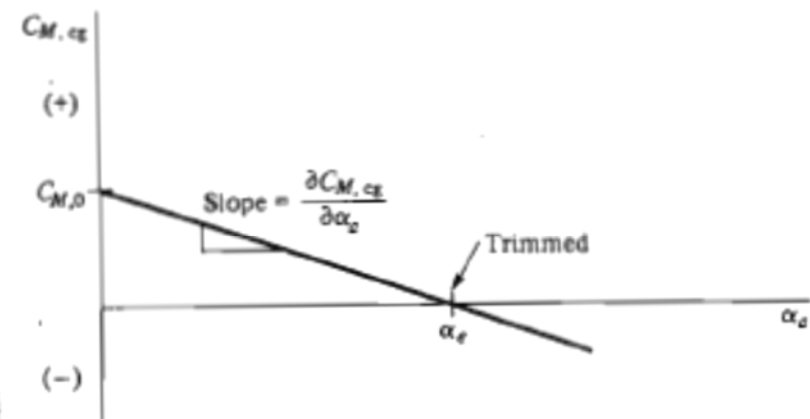
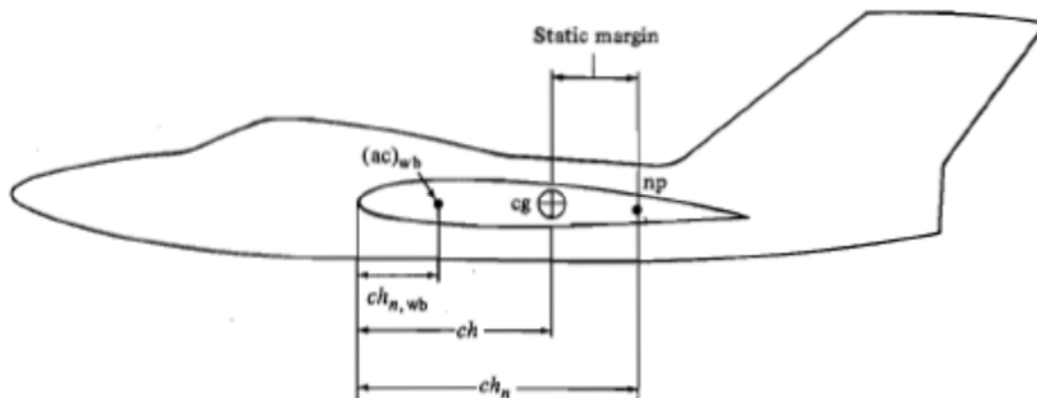
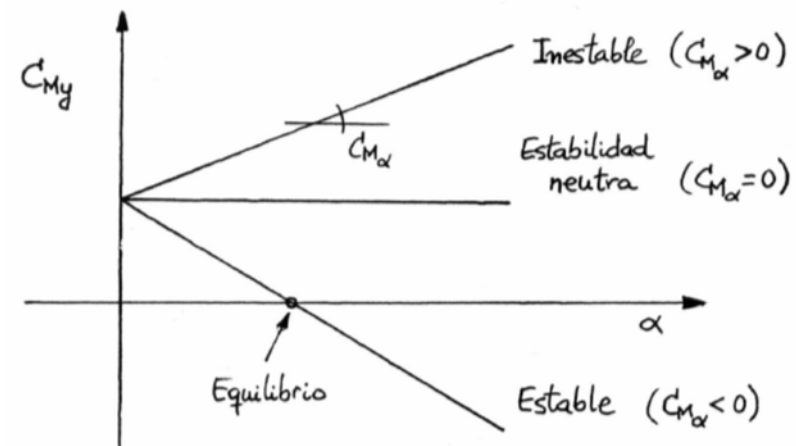
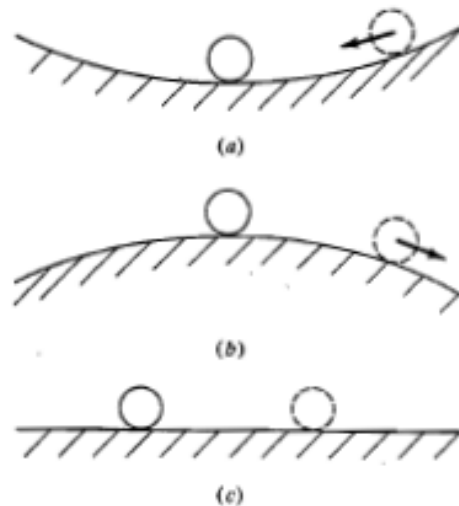


Figure 7.12 Moment coefficient curve with a negative slope.

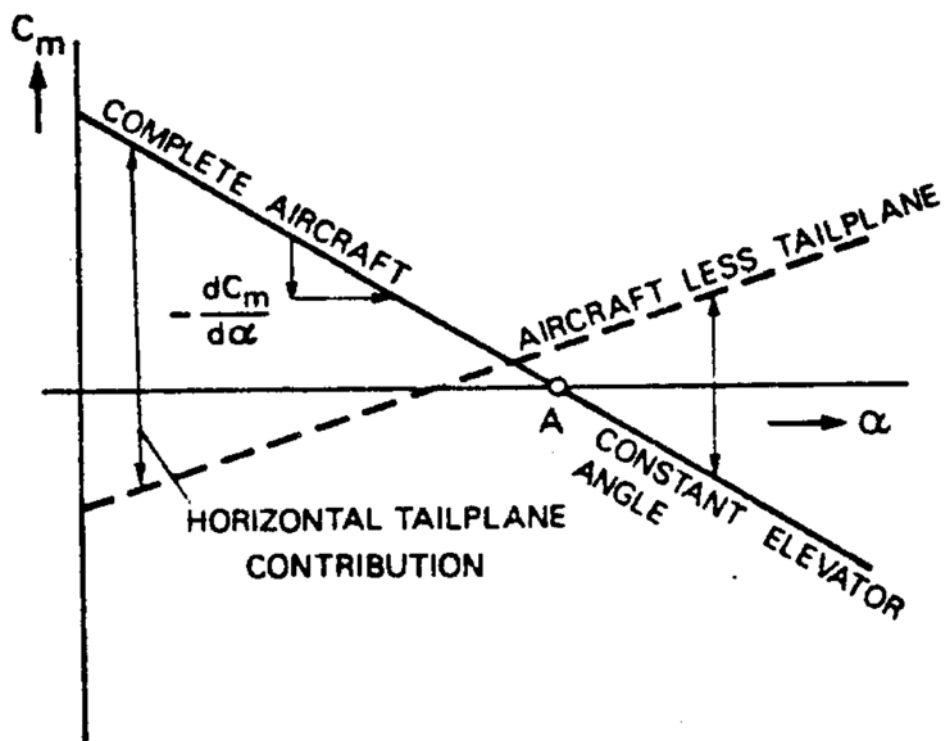
# Estabilidad Estática en Cabeceo - 2

- El **análisis** de la **estabilidad estática longitudinal** consiste en **analizar** cómo **reacciona** el avión en momento de cabeceo cuando tiene lugar una **perturbación** del **ángulo de ataque** (**sin** accionar el **timón de profundidad**).
- Se considera un avión en vuelo horizontal, rectilíneo y equilibrado.
  - Al producirse un **incremento de  $\alpha$** , se **incrementan** las **sustentaciones** del **ala** y de la **cola**.
  - Si el momento que produce el incremento de sustentación de la cola domina al generado por el incremento de sustentación del ala, el avión tenderá a bajar el morro y volver a la situación de equilibrio:
    - se dice que el avión es estable.
  - La condición para que esto suceda es  $C_{M\alpha} < 0$
  - Casos especiales:
    - Para el caso en el que  $C_{M\alpha} > 0$ , el avión sería inestable.
    - Para el caso  $C_{M\alpha} = 0$  se dice que el avión tiene estabilidad neutra (el momento de cabeceo no depende del ángulo de ataque).
  - A  $C_{M\alpha}$  se le denomina **índice de estabilidad estática longitudinal**, y a él contribuye tanto el ala como el estabilizador horizontal (siendo estabilizador el efecto de éste y desestabilizador el del ala).





# Estabilidad Estática en Cabeceo - 3



$$C_{M_\alpha} = C_{L_\alpha} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{NA})$$

$$= -C_{L_\alpha} (\bar{X}_{NA} - \bar{X}_{CG})$$

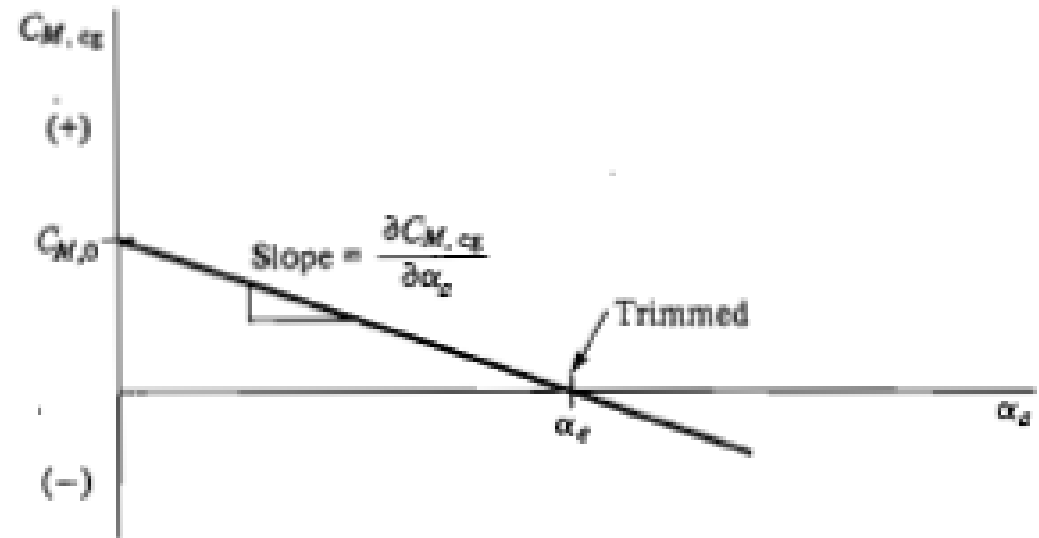


Figure 7.12 Moment coefficient curve with a negative slope.



# Variación $C_{M\alpha}$

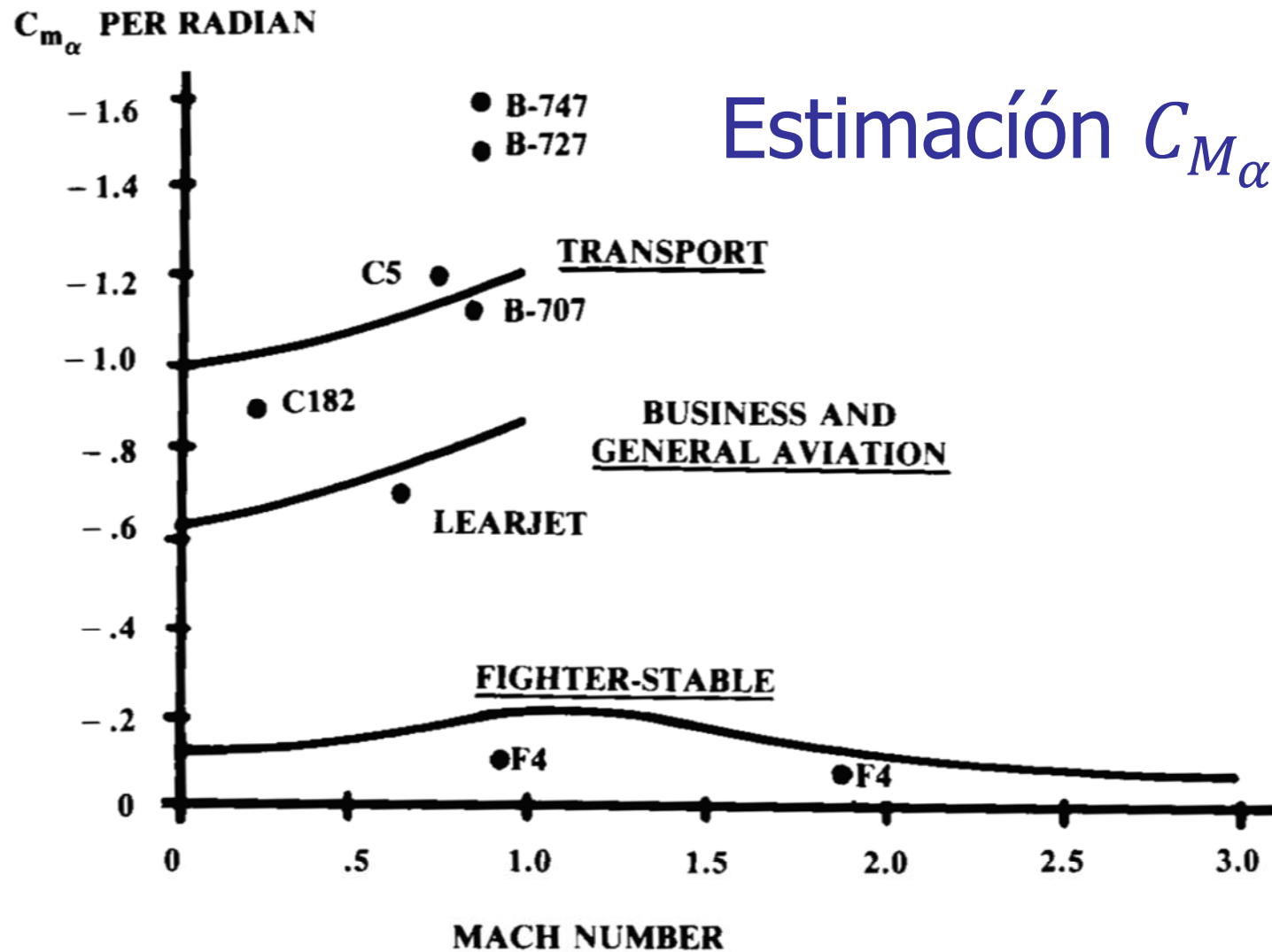


Fig. 16.4 Typical pitching moment derivative values.

# Variación $C_{M\alpha}$

# Estimación $C_{M\alpha}$

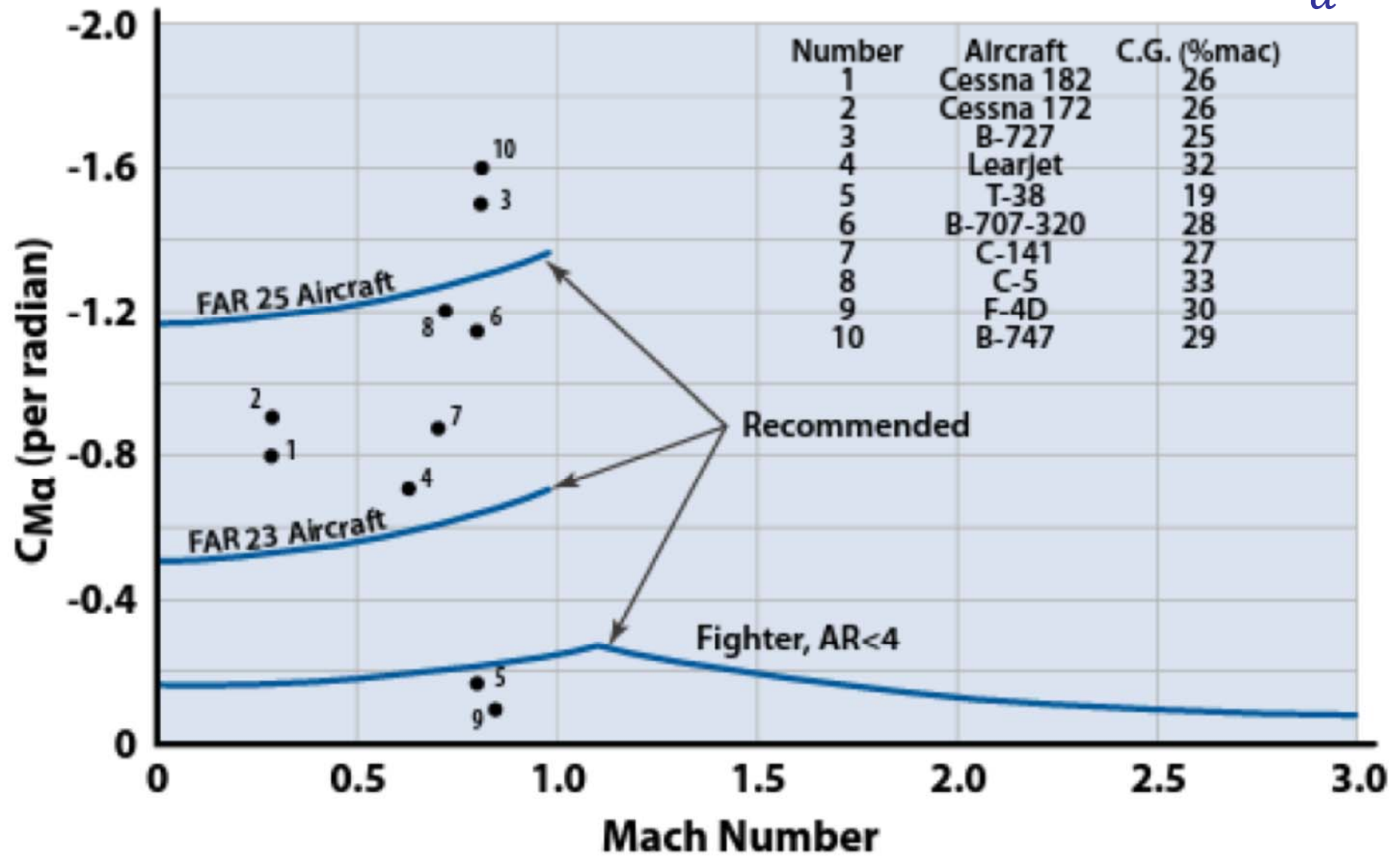
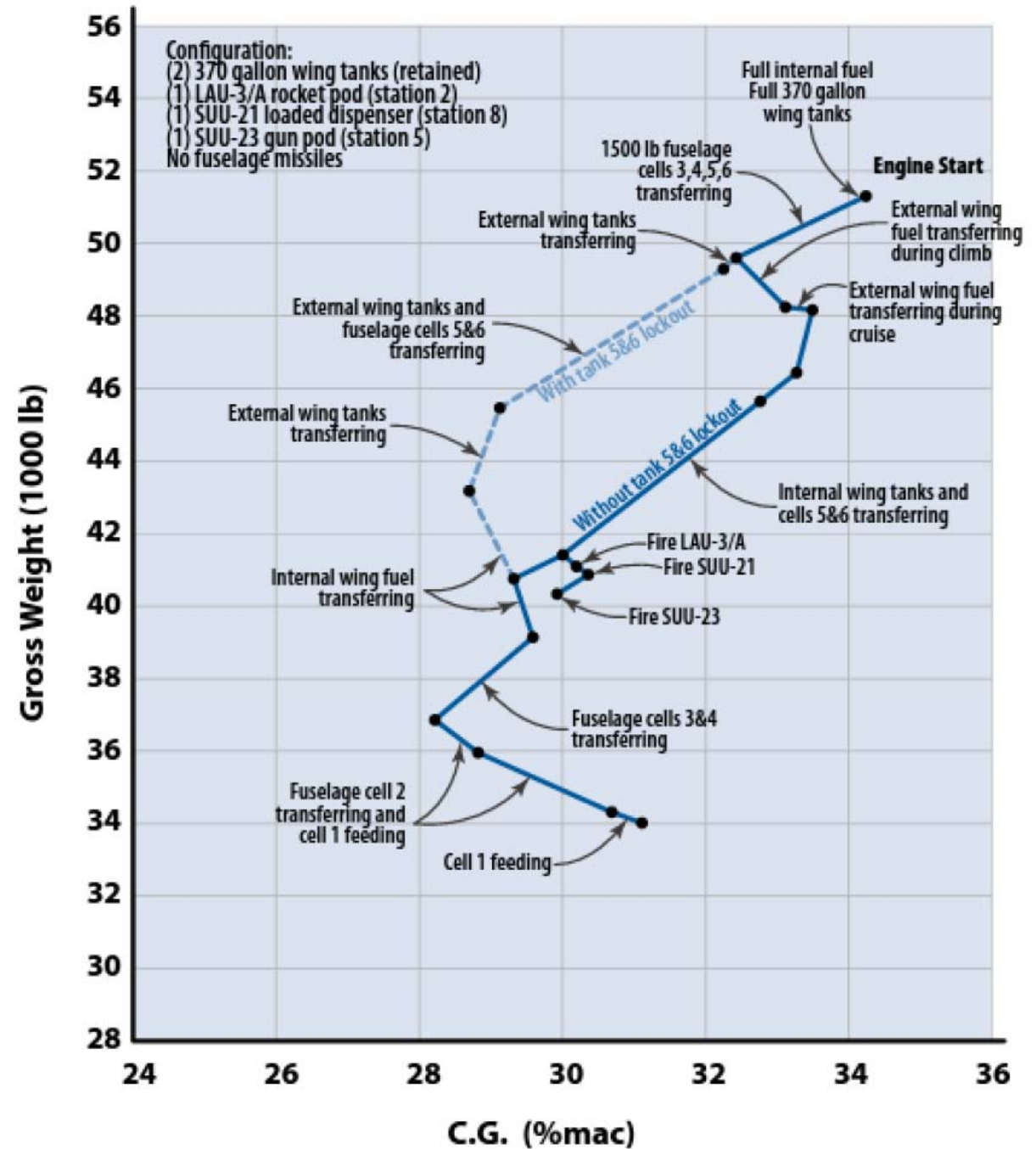


Figure 23.1  $C_{M\alpha}$  values for current aircraft.

# Variación $X_{CG}$

**Table 23.2** Approximate N.P. and C.G. Locations

Subsonic: Assume A.C. at 35% mac		
Type	Approximate N.P. Location (% mac)	Approximate C.G. Location (% mac)
Aft tail	40	35
Tailless	35	30
Canard	30	25
Supersonic: Assume A.C. at 50% mac		
Type	Approximate N.P. Location (% mac)	Approximate C.G. Location (% mac)
Aft tail	55	50
Tailless	50	45
Canard	45	40



**Figure 23.2** Center of gravity travel due to fuel consumption, "potato curve" (F-4D).

# Estabilidad Estática en Cabeceo - 4

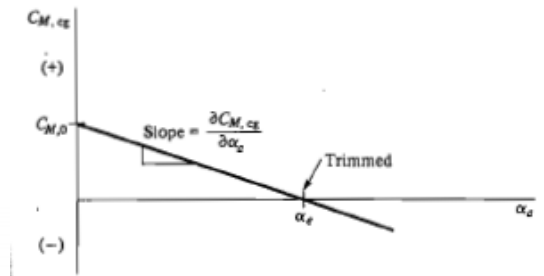
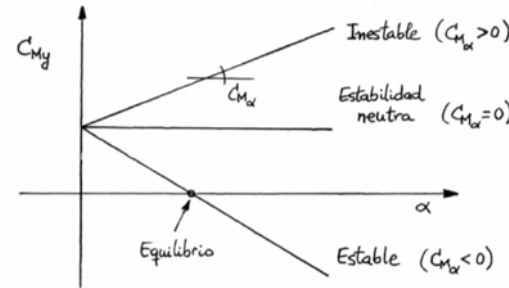
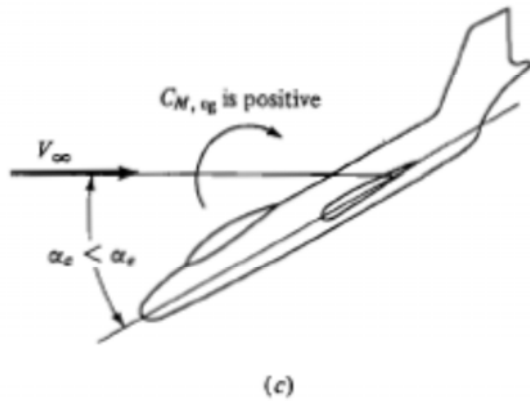


Figure 7.12 Moment coefficient curve with a negative slope.

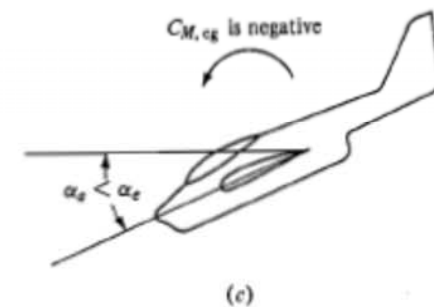
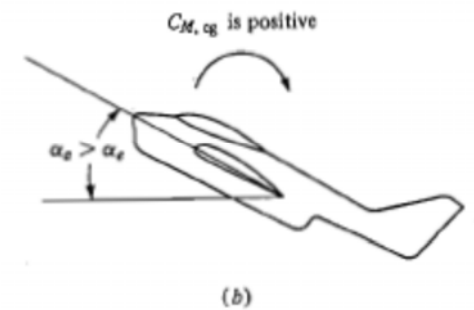
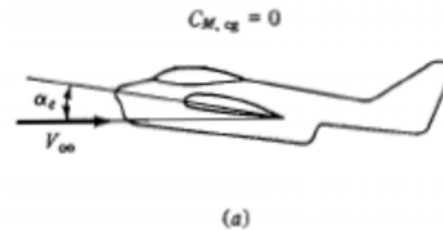


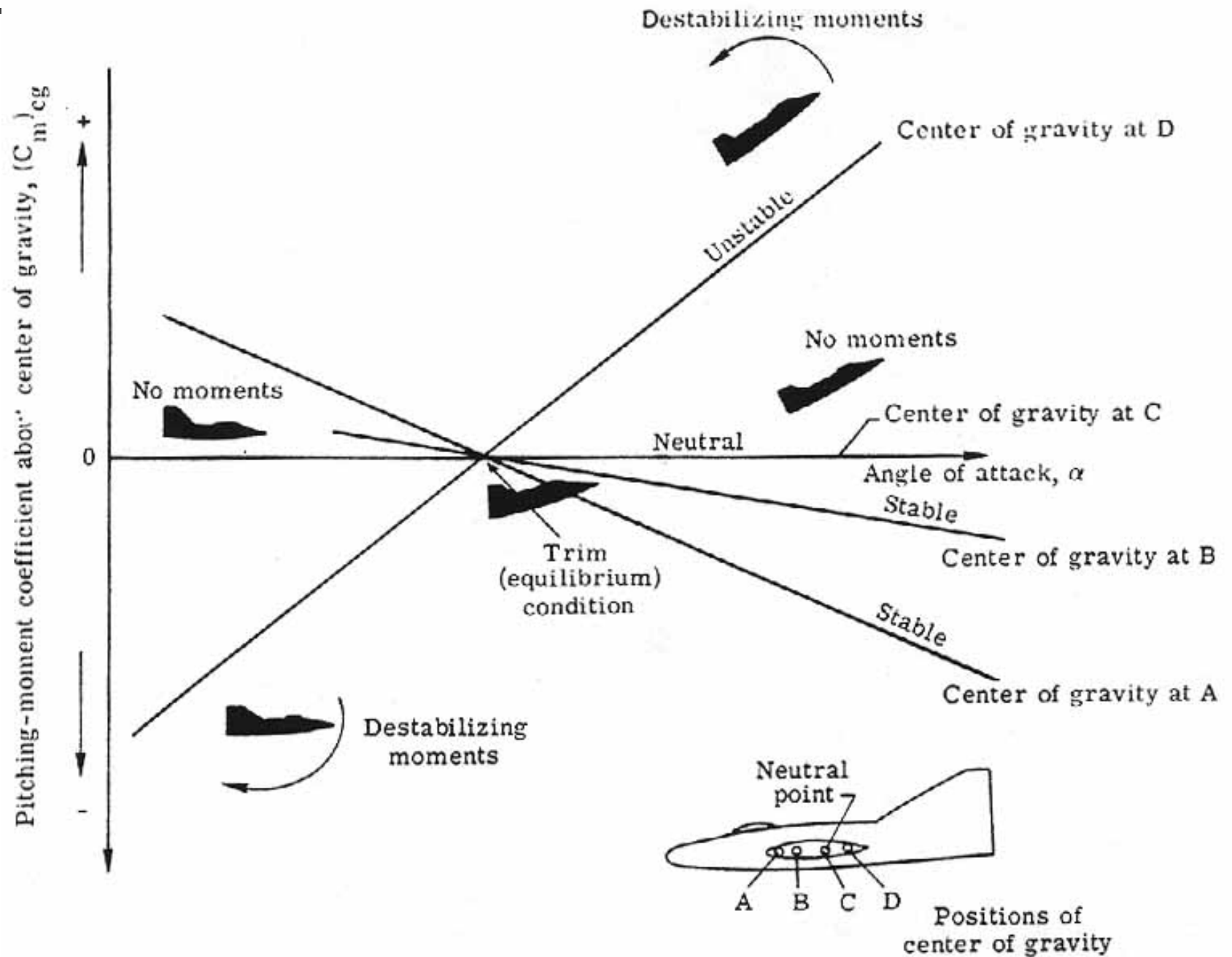
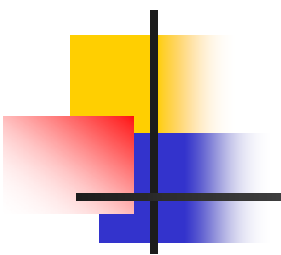
## Inestable

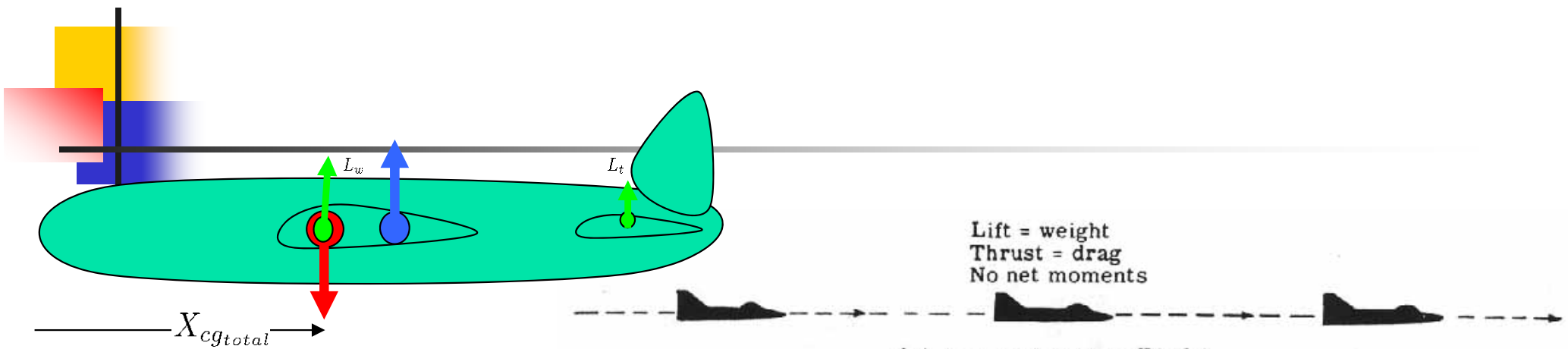
## Estable

$$C_{M\alpha} = C_{L\alpha} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{NA})$$

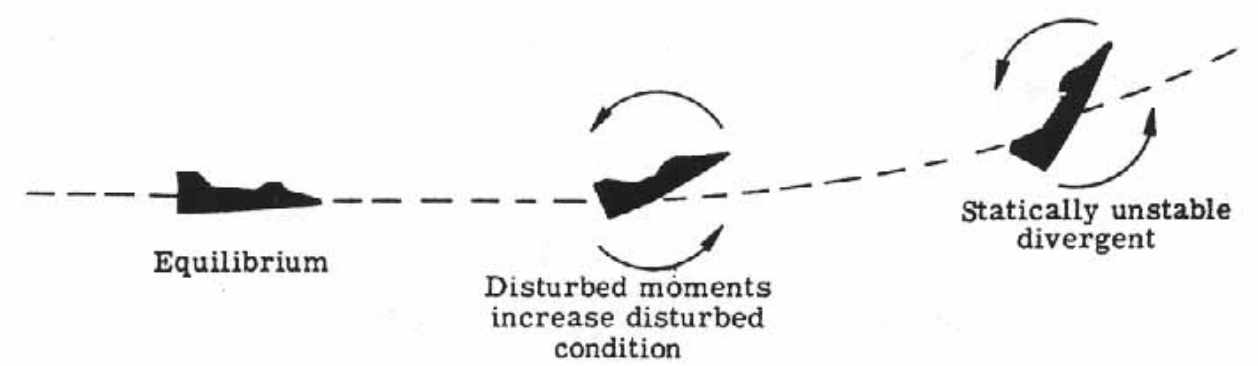
$$= -C_{L\alpha} (\bar{X}_{NA} - \bar{X}_{CG})$$



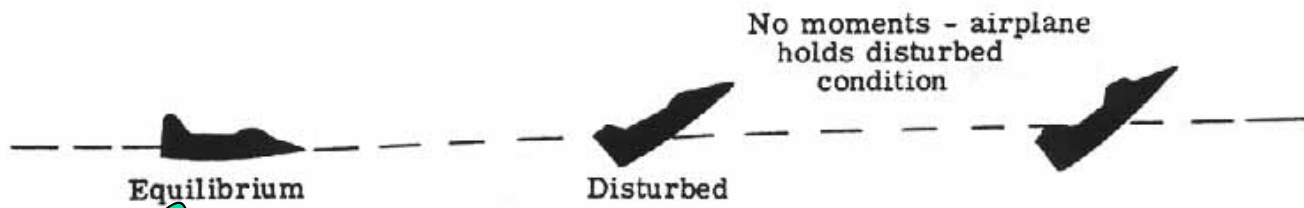




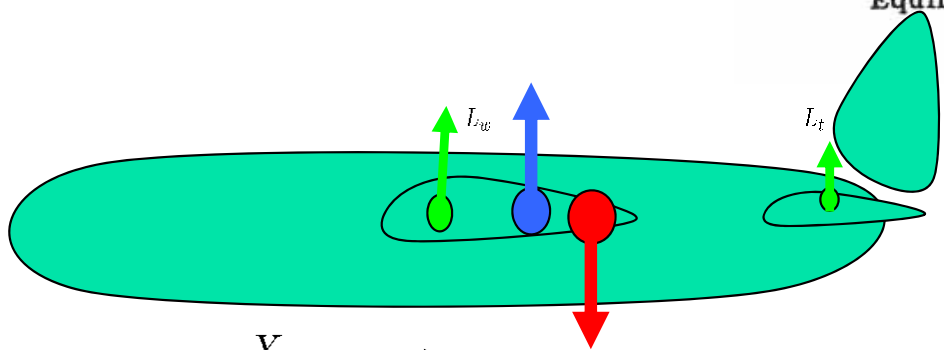
(a) Equilibrium flight.



(b) Statically unstable airplane.



(c) Neutral static stability.



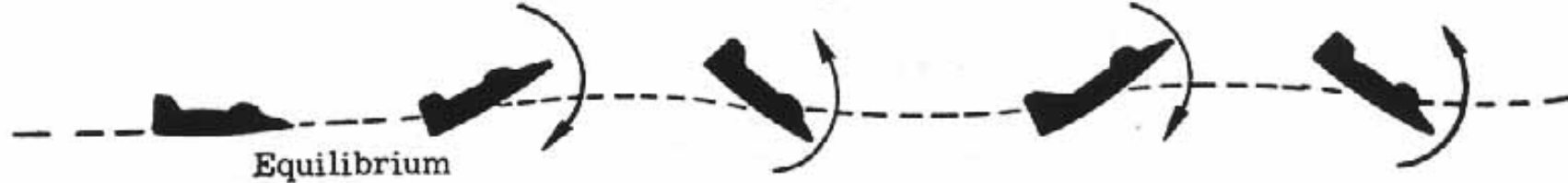


Statically stable, dynamically stable moments tend to return airplane to equilibrium - oscillations decay



(a) Statically and dynamically stable.

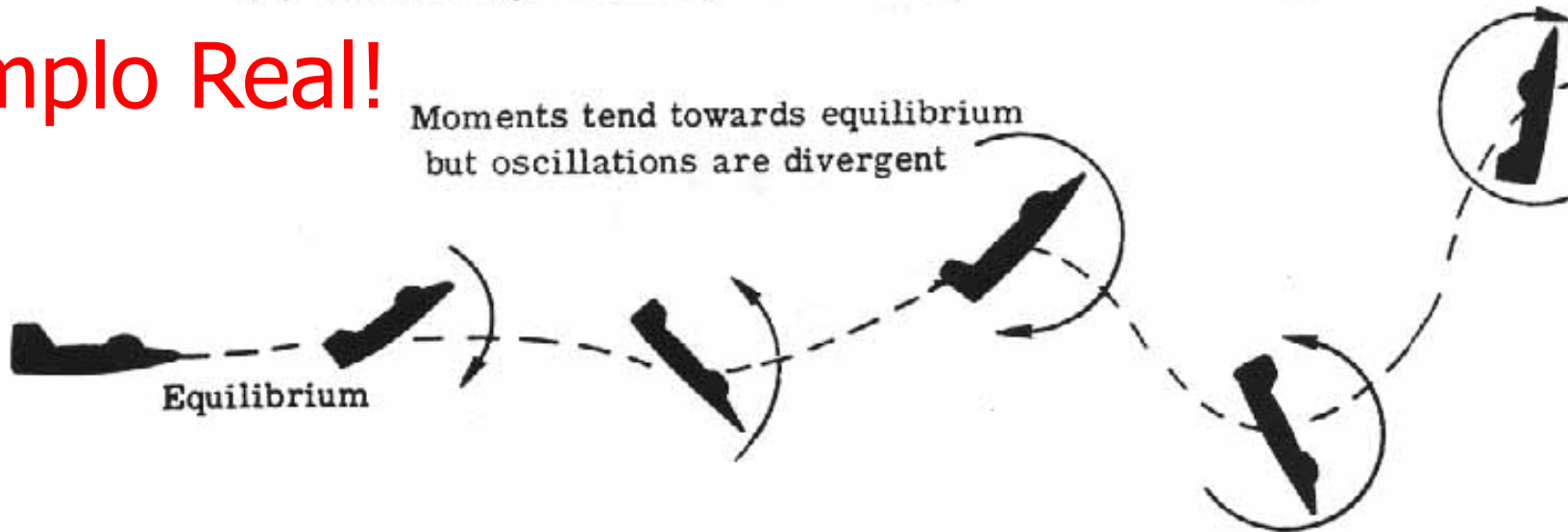
Moments tend to return airplane to equilibrium but oscillations do not decay



(b) Statically stable; neutral dynamic stability.

**iEjemplo Real!**

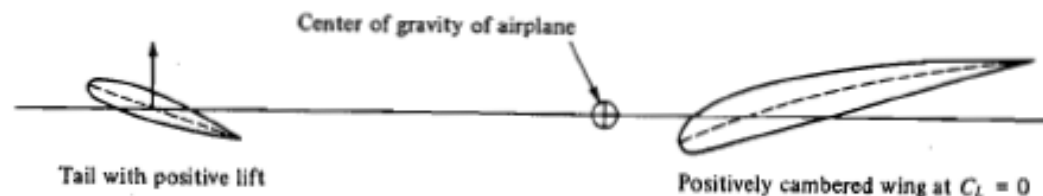
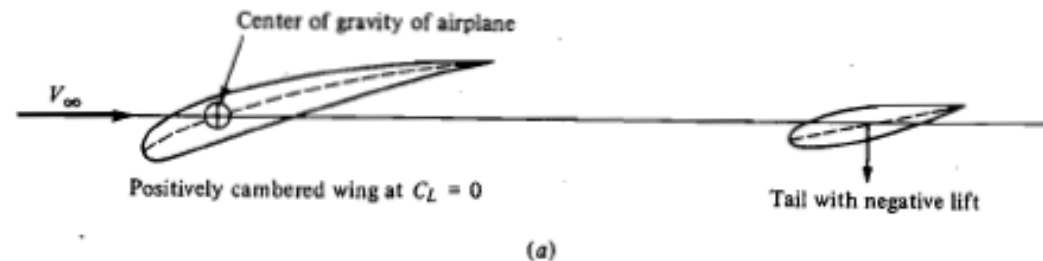
Moments tend towards equilibrium but oscillations are divergent



(c) Statically stable; dynamically unstable.

# Estabilidad Estática en Cabeceo - 5

- ¿Cómo producir un  $C_{M_0}$  positivo?:
  - Un ala con **curvatura positiva**, implica que el  $C_{M_\alpha}$  sea negativo y que el  $C_{M_0}$  también sea **negativo** lo que representa un avión **inestable**.
  - Configuración canard y cola convencional
- ¿Queremos un avión muy estable?:
  - Hay que tener en cuenta que **no** es del todo **deseable** que un avión sea “**demasiado estable**” ya que sino sería prácticamente **imposible diverger** de las **condiciones** estables, por lo que no tendría maniobrabilidad.
  - Hay que llegar a un **acuerdo** entre la maniobrabilidad y la estabilidad.
  - Caso Extremo: **Avión de combate**

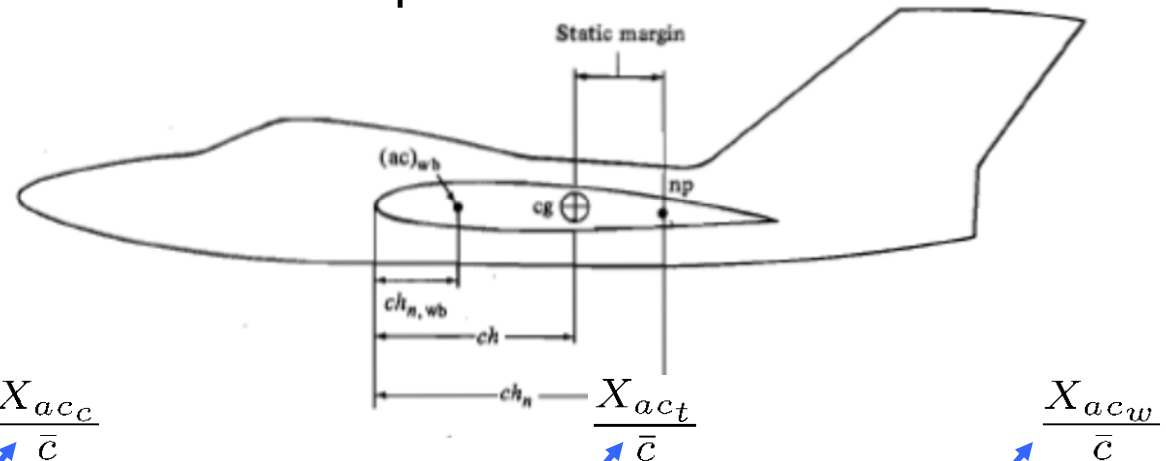




# Punto Neutro

- El **punto neutro** es el **centro aerodinámico del avión**, el cual corresponde al **centro de acción** de todas las **fuerzas aerodinámicas**.
- Al igual que el centro aerodinámico del ala, el **centro aerodinámico** del avión es el lugar donde el **momento de cabeceo** del perfil es **constante** para **cualquier ángulo de ataque**.
- Es uno de los conceptos más importantes en la estabilidad de un avión.
- **Una vez que el avión se ha construido**, está **fijo**, y no puede ser cambiado, lo único que se puede **variar** es el **C.G.**
- Importancia del centro de gravedad del avión para obtener un avión estable

$$X_{NA} \rightarrow C_{M\alpha} = 0$$



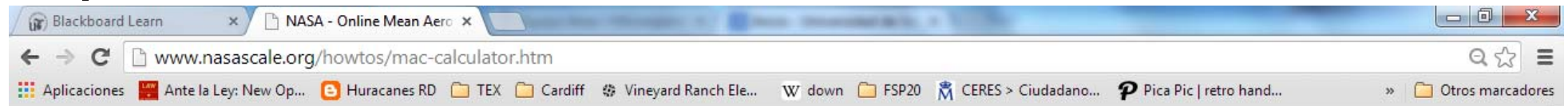
$$\bar{X}_{NA} = \frac{\frac{q_c S_c}{q S} C_{L\alpha_c} \left(1 + \frac{\partial \epsilon_c}{\partial \alpha}\right) \bar{X}_{acc} + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L\alpha_t} \left(1 - \frac{\partial \epsilon_t}{\partial \alpha}\right) \bar{X}_{act} + C_{L\alpha_{WB}} \bar{X}_{acw}}{\frac{q_c S_c}{q S} C_{L\alpha_c} \left(1 + \frac{\partial \epsilon_c}{\partial \alpha}\right) + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L\alpha_t} \left(1 - \frac{\partial \epsilon_t}{\partial \alpha}\right) + C_{L\alpha_{WB}}}$$



# Mean Aerodynamic Chord - I

- Hay distintas herramientas online para la determinación de la cuerda media, (MAC por Mean Aerodynamic Chord), así como el punto neutro.
  - Online Mean Aerodynamic Cord Calculator
    - The form shown below will calculate the percentage of the Mean Aerodynamic Cord (%MAC) of a model airplane wing for a given position of the CG.
    - Enlace Web: <http://www.nasascale.org/howtos/mac-calculator.htm>
  - Online Center of Gravity Calculator
    - This form will calculate the position of a Center of Gravity (CG) on a model airplane wing as measured from the leading edge of the Root Chord.
    - Enlace Web: <http://www.nasascale.org/howtos/cg-calculator.htm>
  - Aircraft Super Calculator 7.0
    - Enlace Web: <http://chrusion.com/BJ7/SuperCalc7.html>
  - La carpeta de tema adicional de estabilidad incluye diapositivas para la determinación de MAC, y el punto neutro, así como software específico para dichos cálculos.
  - El software XFLR5 también dispone de dicha potencia de control

# Mean Aerodynamic Chord - II



## Online Mean Aerodynamic Cord Calculator

The form shown below will calculate the percentage of the Mean Aerodynamic Cord (%MAC) of a model airplane wing for a given position of the CG. If you would like to know the position of the Center of Gravity (CG) as measured from the leading edge of the Root Cord, you should use the form on [The Center of Gravity Page](#).

Enter Root Cord (A):

Enter Tip Cord (B):

Enter Sweep Distance (S):

Enter Half Span (Y):

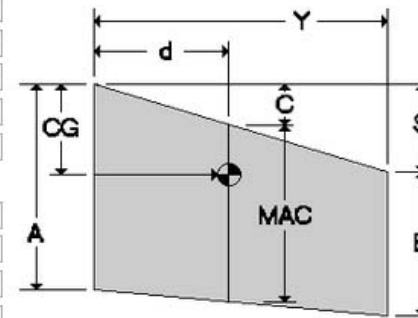
Enter Center of Gravity (CG):

Sweep Distance @ MAC (C) =

Mean Aerodynamic Cord (MAC) =

MAC Distance from Root (d) =

% Mean Aerodynamic Cord (%MAC) =



### The Equations

$$C = (S(A+2B)) / (3(A+B))$$

$$MAC = A - (2(A-B)(0.5A+B)) / (3(A+B))$$

$$d = (2Y(0.5A+B)) / (3(A+B))$$

$$\%MAC \text{ B.P.} = ((CG-C) / MAC) * 100$$



Reposted with permission from the [Palos R/C Flying Club](#).



# Mean Aerodynamic Chord - III

[http://www.softoxi.com/mean-aerodynamic-chord-video-trailer-screenshots.html#screenshot\\_0](http://www.softoxi.com/mean-aerodynamic-chord-video-trailer-screenshots.html#screenshot_0)

<http://www.softoxi.com/mean-aerodynamic-chord.html>

Mean Aerodynamic Chord - Text Files : test.txt

File Language Help

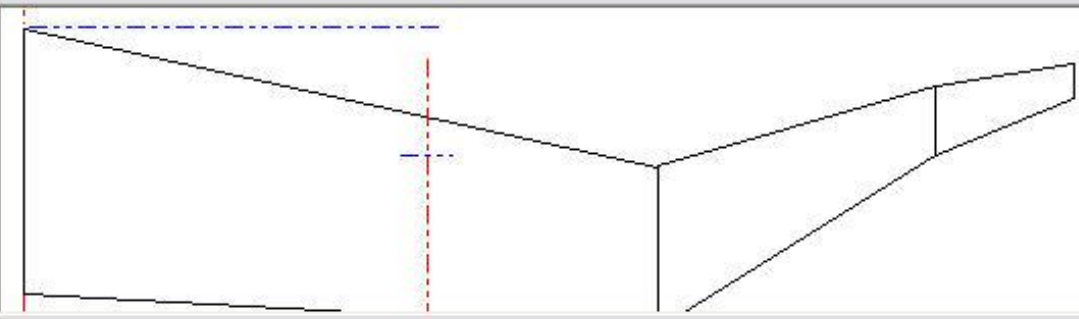
**Half wing dimensions (mm)**

	Panel 1	Panel 2	Panel 3	Panel 4	Panel 5	
Major chord :	23	14	6	3		<input type="button" value="Σ Compute"/>
Minor chord :	14	6	3			
Panel length :	55	24	12			<input type="button" value="X Clear"/>
Total Sweep +/- :	12	5	3			
Center Position :	30 %					<input type="button" value="Print"/>

Weight : 44 g      Wing load : 167.75 g/dm<sup>2</sup>

**Results**

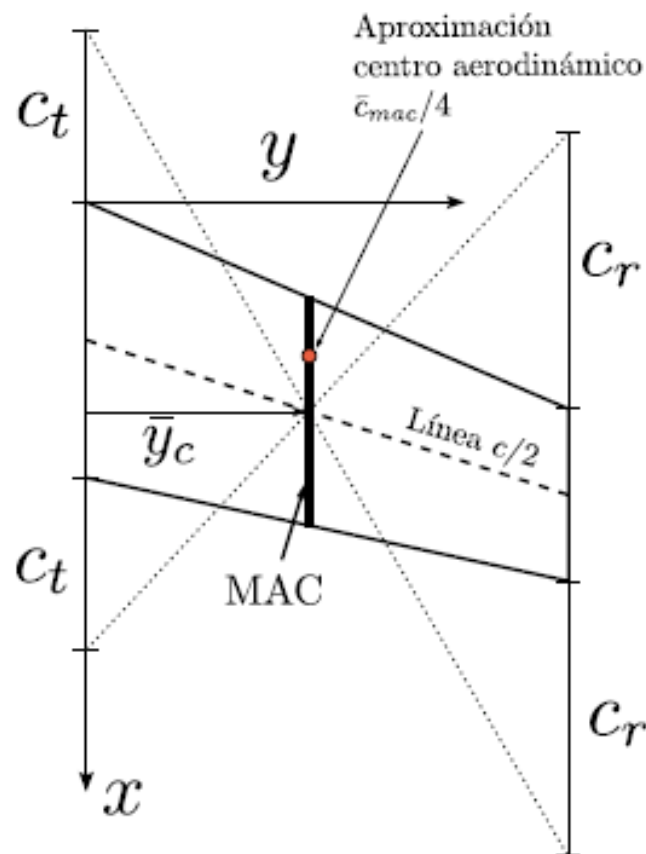
Wing Span :	182.00 mm	<b>A.C. :</b>	35.05 mm
Wing Area :	0.26 dm <sup>2</sup>	<b>M.A.C. :</b>	16.76 mm
Aspect Ratio :	12.63	<b>M.A.C. Distance :</b>	11.11 mm



# Centroide de un Ala

Definición:

$$\bar{x}_o = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y) x_{ao}(y) dy, \quad \bar{y}_o = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y) y dy, \quad \bar{z}_o = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y) z_{ao}(y) dy$$



- En alas trapezoidales, la posición de  $\bar{c}_{mac}$  coincide con la cuerda centroidal.
- El centro aerodinámico no tiene por qué estar en  $\bar{c}_{mac}/4$
- El centroide está cerca del centro aerodinámico (se puede tomar como aproximación)
- Cuando la distribución de circulación adicional es constante (e. g. alas elípticas), la posición del centro aerodinámico coincide con el centroide.

La ubicación del centro de gravedad en aviones se suele dar como porcentajes de la MAC

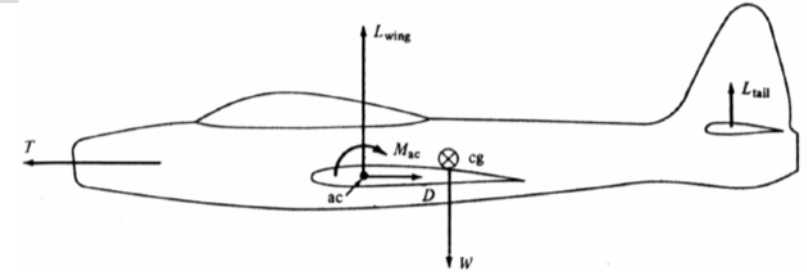






# Análisis de Vuelo Equilibrado - I

- La condición de vuelo equilibrado es  $M_y = 0$ :
  - suponiendo  $M_T = 0$ , dicha condición se reduce a  $M_A = 0$ .
  - define por tanto el valor de  $L_t$  necesario.



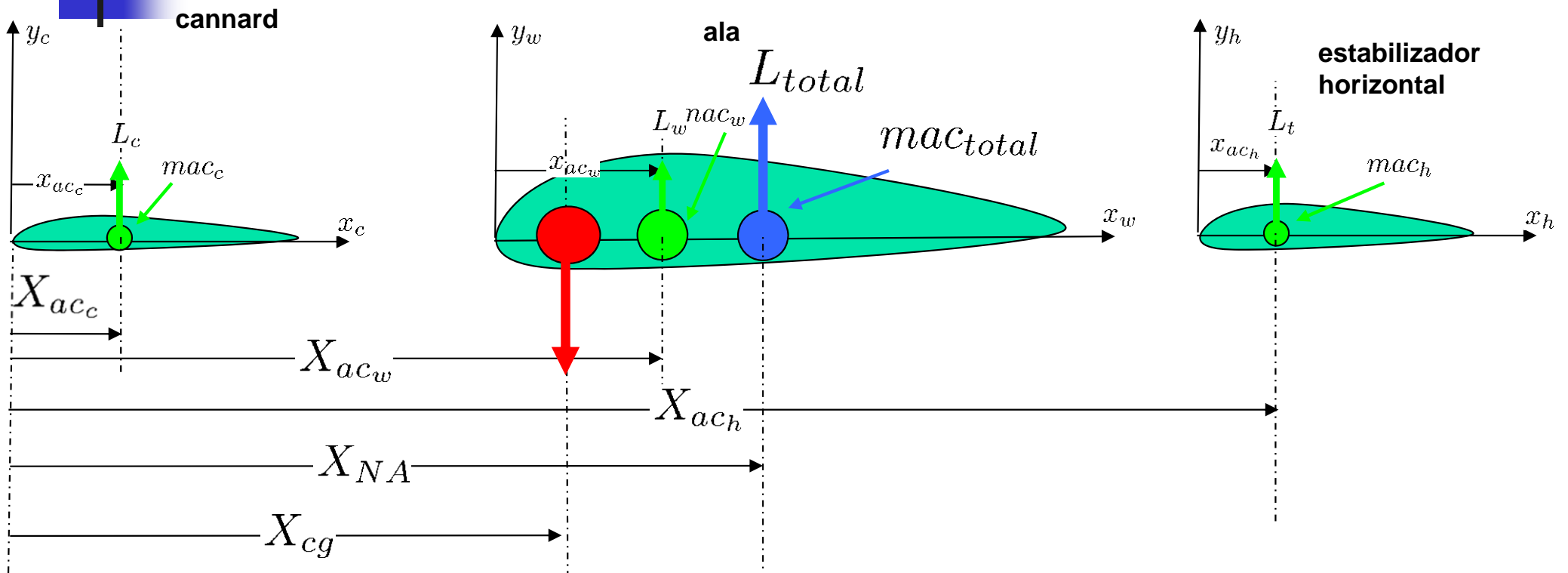
$$M_A = M_{ca} + L_w x - L_t(l - x),$$

- Para un **vuelo equilibrado**, que es equivalente a un **vuelo estable**, se requiere que la **suma de fuerzas** tiene que asegurar que **no haya momentos** alrededor del centro de gravedad del avión es decir que las **fuerzas de sustentación compensen** las fuerzas **gravitatorias**.
- Para **cada segmento de vuelo** debemos asegurarnos que las condiciones de vuelo (**trimado**) satisfacen estas condiciones.
- Si dichas condiciones no son satisfechas (**diferente carga alar a medida que volamos**) **podemos satisfacer las ecuaciones** mediante la **variación de la sustentación de la cola**, por lo que a su vez el ángulo de ataque del avión deberá cambiar.
  - Será necesario considerar las **diferentes cargas alares** a lo largo del segmento de vuelo para determinar el rango de valores de trimado y su **viabilidad tanto aerodinámica como de confort**.
- Esto implica un **proceso iterativo** para determinar cuales son las sustentaciones de la cola (deflexión de cola) y el ángulo de ataque del ala necesarias para satisfacer las ecuaciones de  $\Sigma M = 0$  y  $\Sigma F = 0$

$$\Sigma F_x = W - L = \frac{W}{qS} - C_{L_0} - C_{L_\alpha} \alpha - C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

$$\Sigma M = 0 = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e$$

# Equilibrado de Fuerzas Aerodinámicas

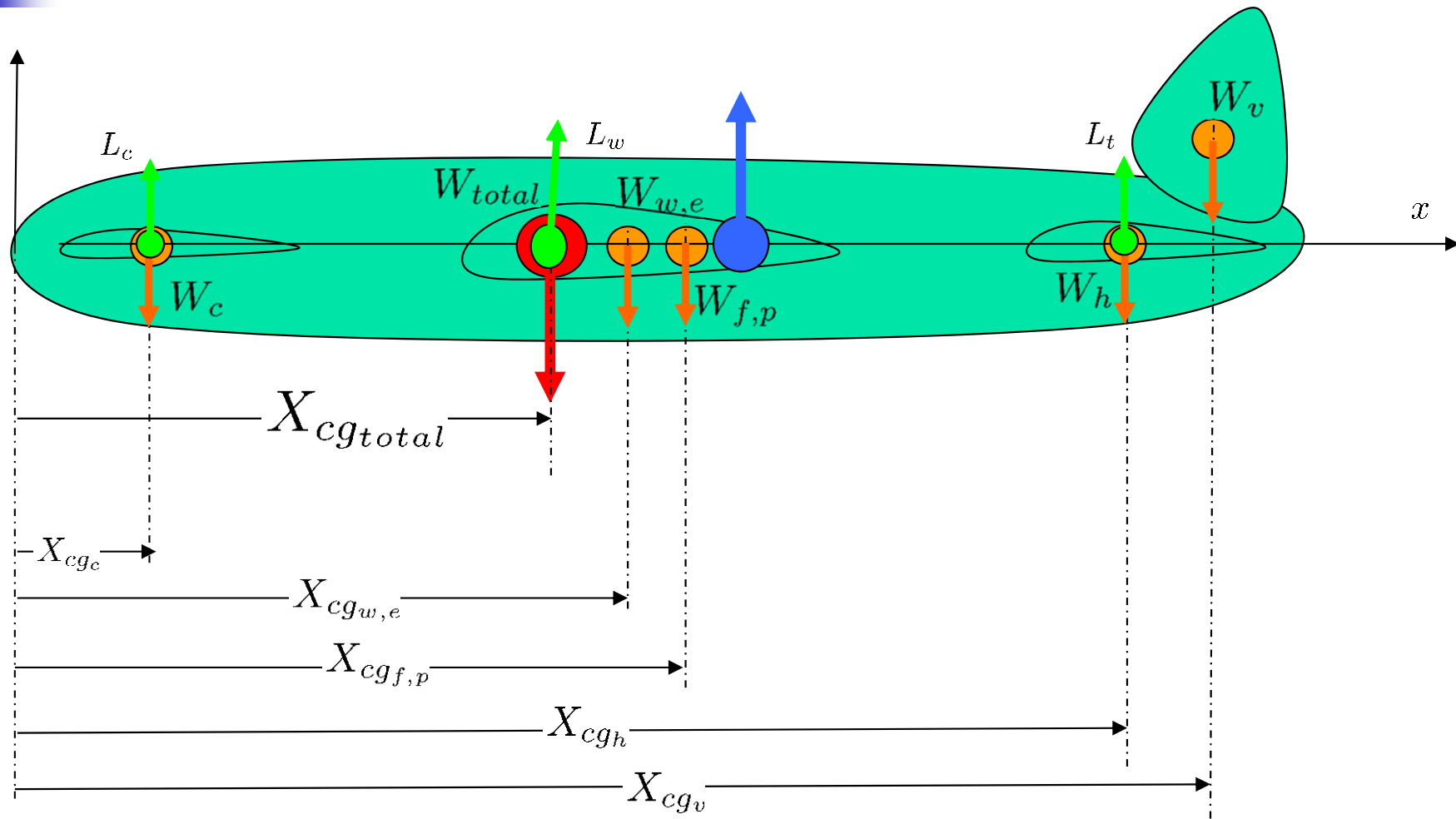


$$\bar{X}_{NA} = \frac{\frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\alpha c}} \left(1 + \frac{\partial \epsilon_c}{\partial \alpha}\right) \bar{X}_{acc} + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\alpha t}} \left(1 - \frac{\partial \epsilon_t}{\partial \alpha}\right) \bar{X}_{act} + C_{L_{\alpha WB}} \bar{X}_{acw}}{\frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\alpha c}} \left(1 + \frac{\partial \epsilon_c}{\partial \alpha}\right) + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\alpha t}} \left(1 - \frac{\partial \epsilon_t}{\partial \alpha}\right) + C_{L_{\alpha WB}}}$$

$\frac{X_{NA}}{\bar{c}}$

$$SM = \bar{X}_{NA} - \bar{X}_{cg} = \frac{X_{NA} - X_{cg}}{\bar{c}}$$

# Equilibrado de Fuerzas Aerodinámicas y Gravitatorias



canard

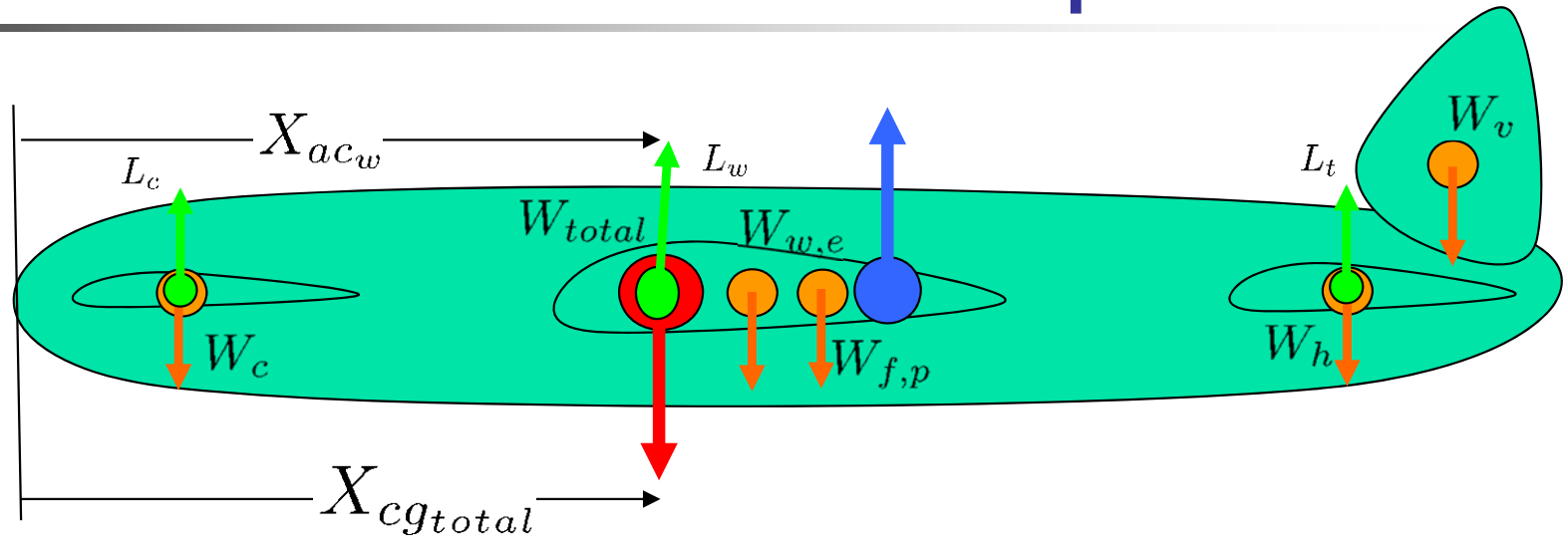
Fuselage  
-payload

wing  
-engines

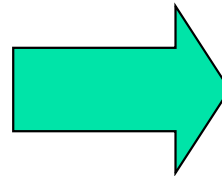
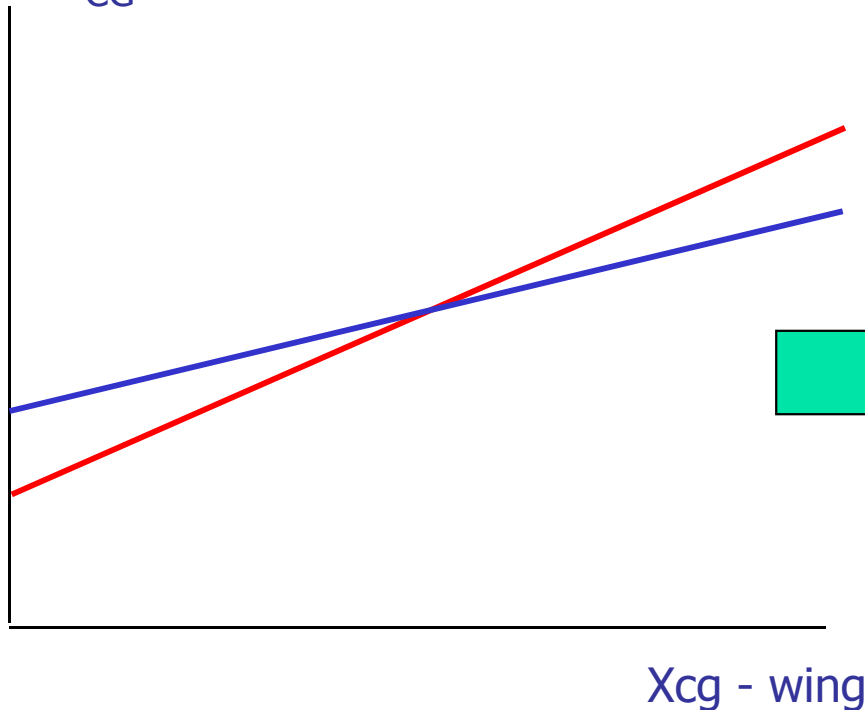
tail

$$X_{cg} = \frac{\sum (W_i \times X_{cgi})}{\sum W_i} = \frac{W_c \times X_{cgc} + W_{f,p} \times X_{cgf,p} + W_{w,e} \times X_{cgw,e} + W_t \times X_{cgt}}{W_c + W_{f,p} + W_{w,e} + W_t}$$

# Variación física de las superficies



$X_{NA}$  &  $X_{CG}$

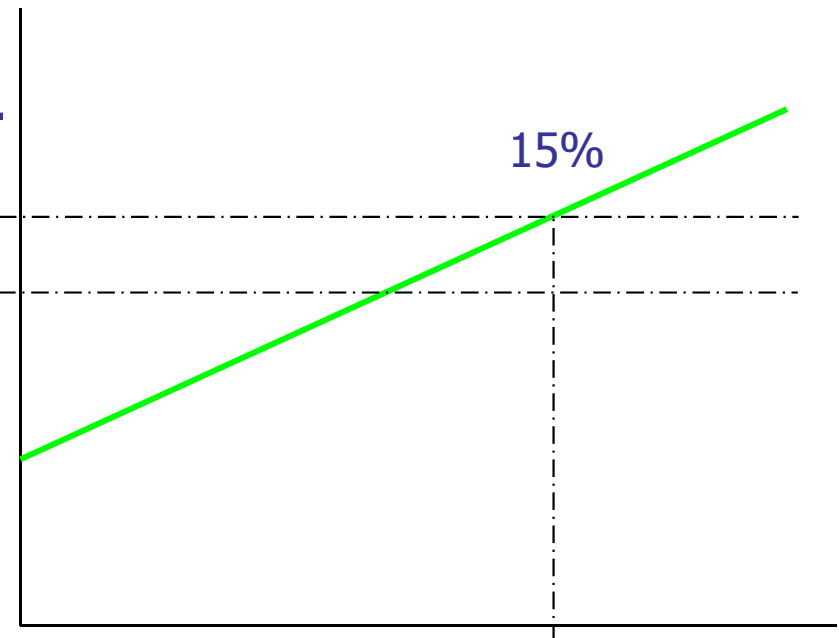


SM

+

15%

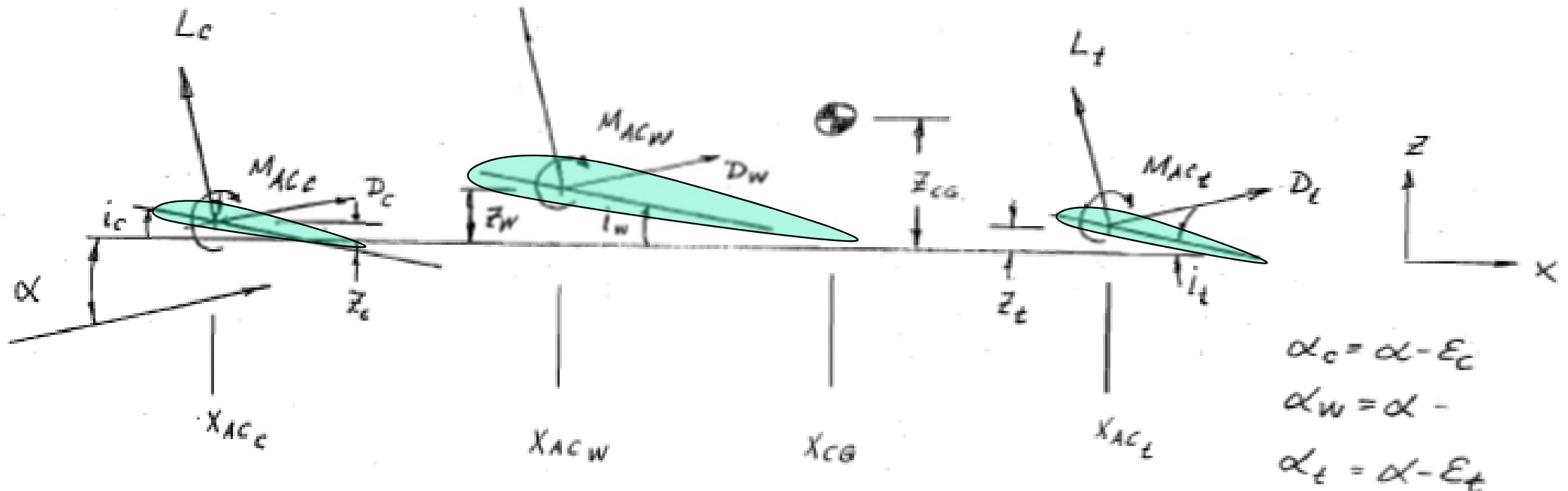
-



# Análisis de Vuelo Equilibrado – I

$$\Sigma F_x = W - L = \frac{W}{qS} - C_{L_0} - C_{L_\alpha} \alpha - C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

$$\Sigma M = 0 = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e$$



# Análisis de Vuelo Equilibrado – II

$$\Sigma F_x = W - L = \frac{W}{qS} - C_{L_0} - C_{L_\alpha} \alpha - C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

$$\Sigma M = 0 = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e$$

$$C_{L_{\delta_e}} = C_{L_{\delta_c}} + C_{L_{\delta_t}}$$

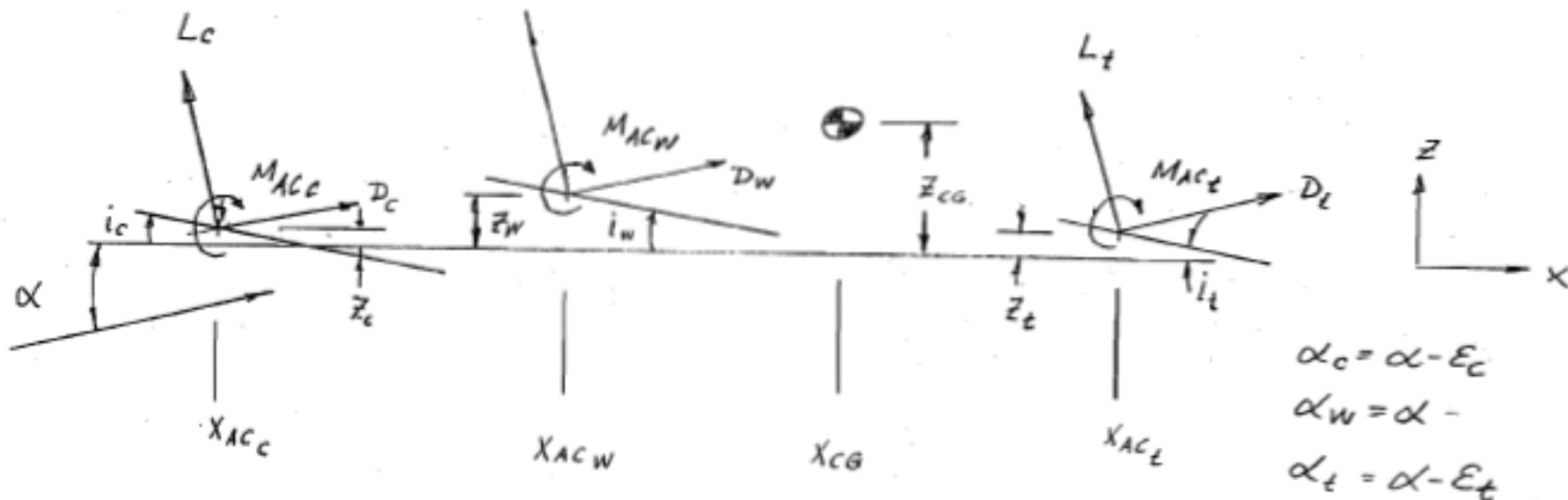
$$C_{L_{\delta_c}} = \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\delta_c \delta_e}}$$

$$C_{L_{\delta_t}} = \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\delta_t \delta_e}}$$

Efectividad de las Superficies de control

$$C_{L_0} = C_{L_{0WB}} + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{0c}} + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{0t}} + C_{L_{\alpha WB}} i_w + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\alpha c}} (i_c + \epsilon_{0c}) + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\alpha t}} (i_t - \epsilon_{0t})$$

$$C_{L_\alpha} = C_{L_{\alpha WB}} + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\alpha c}} \left(1 + \frac{\partial \epsilon_c}{\partial \alpha}\right) + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\alpha t}} \left(1 - \frac{\partial \epsilon_t}{\partial \alpha}\right)$$





# Control Derivatives $C_{L\delta_e}$

Método I Simplificado

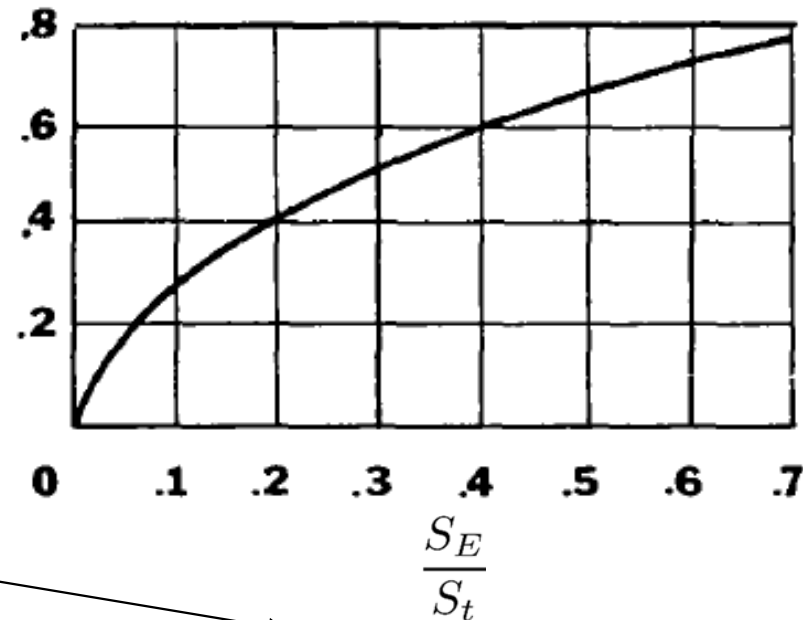
$C_{L\delta_e}$  The change in lift coefficient due to elevator deflection

Two-dimensional values of  $C_{L\delta_e}$

$\frac{dC_{L_t}}{d\alpha_t}$  lift curve slope of the tail

$$C_{L\delta_e} = \frac{dC_{L_t}}{d\alpha_t} \frac{d\alpha_t}{d\delta_e}$$

$$\frac{d\alpha_t}{d\delta_e}$$

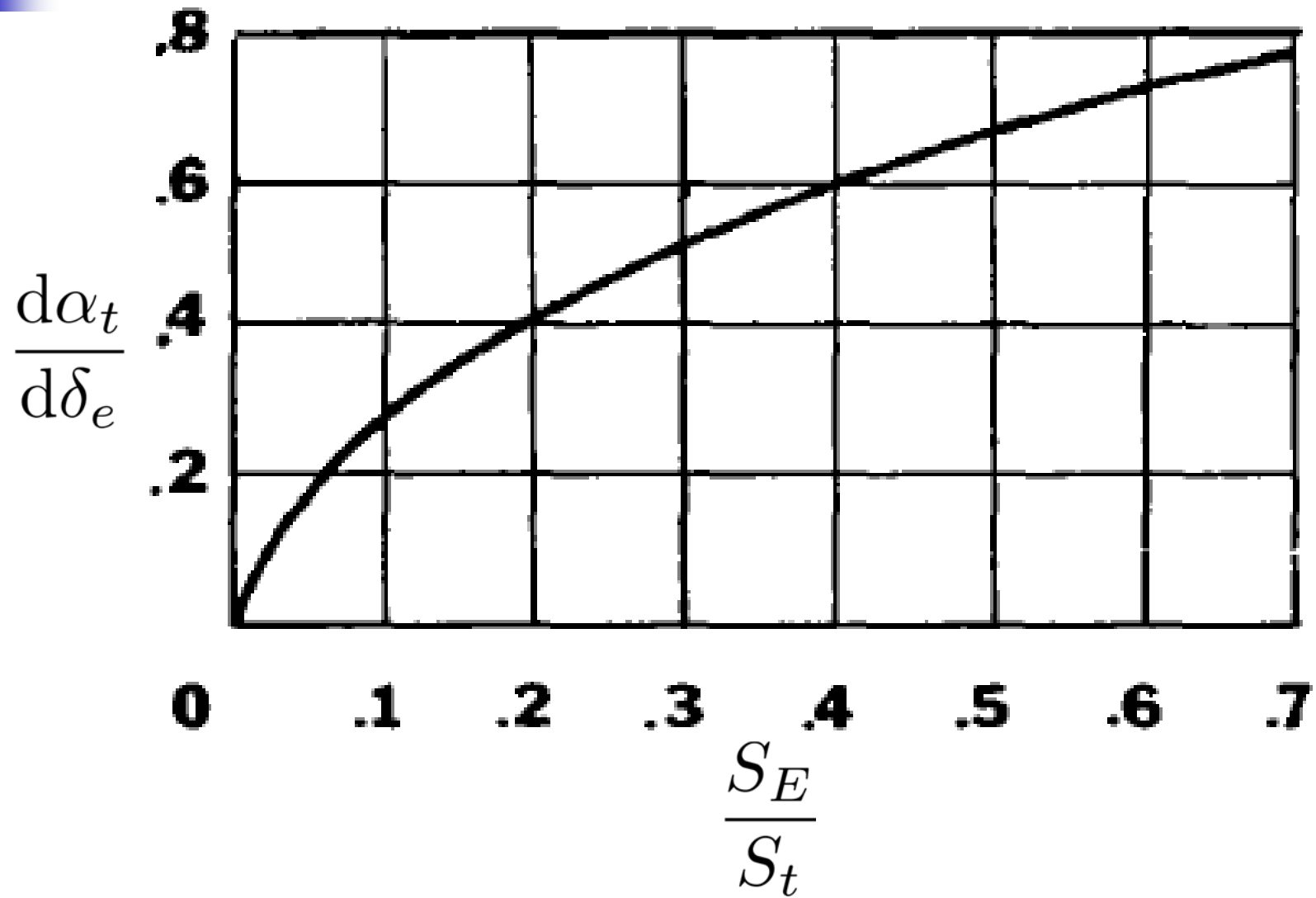


Relación entre la superficie de control ( $S_E$ ) y la superficie aerodinámica ( $S_t$ )

**Fig A34**

Cannard o Horizontal móvil  $S_E/S_t = 1$  (extrapolación)

# Fig A34



Elevator deflection

# Control Derivatives

$C_{L\delta_e}$

Fig A35

## Método II

$C_{L\delta_e}$  The change in lift coefficient due to elevator deflection

$$C_{L\delta_E} = C_{l\delta_E} \left( \frac{C_{L\alpha_t}}{C_{l\alpha_t}} \right) \left( \frac{(\alpha_\delta)_{C_L}}{(\alpha_\delta)_{C_l}} \right) K_b$$

$C_{L\alpha}$  corregido 3D

$C_{L\alpha}$  2D

$C_{l\delta_E}$  = section lift curve increment due to flap (elevator) deflection (this derivative should not be confused with the rolling moment coefficient appearing in the lateral dynamics).

$C_{L\alpha_t}$  = lift curve slope of tail without flap deflected (3-D)

$C_{l\alpha_t}$  = section lift curve slope of basic airfoil

$\frac{(\alpha_\delta)_{C_L}}{(\alpha_\delta)_{C_l}}$  = ratio of 3-D flap effective parameter to the 2-D flap effectiveness parameter obtained from the figure below as a function of wing (tail) aspect ratio and the theoretical value of  $(\alpha_\delta)_{C_l}$ . The theoretical value is also given as a function of flap chord to airfoil chord.

$K_b$  = flap-span factor which is  $\approx 1.0$  for elevator horizontal tail surface for light airplanes.

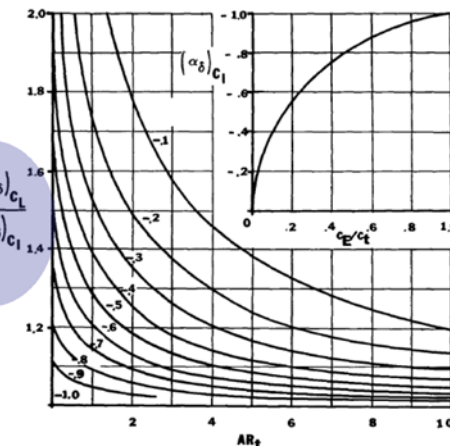


Figure 16. Flap chord factor.

Fig A36

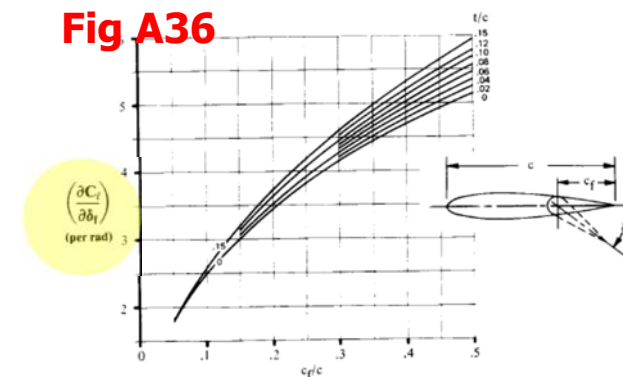


Fig. 16.6 Theoretical lift increment for plain flaps. (Ref. 37)

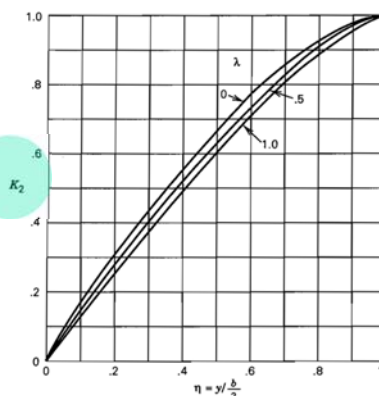
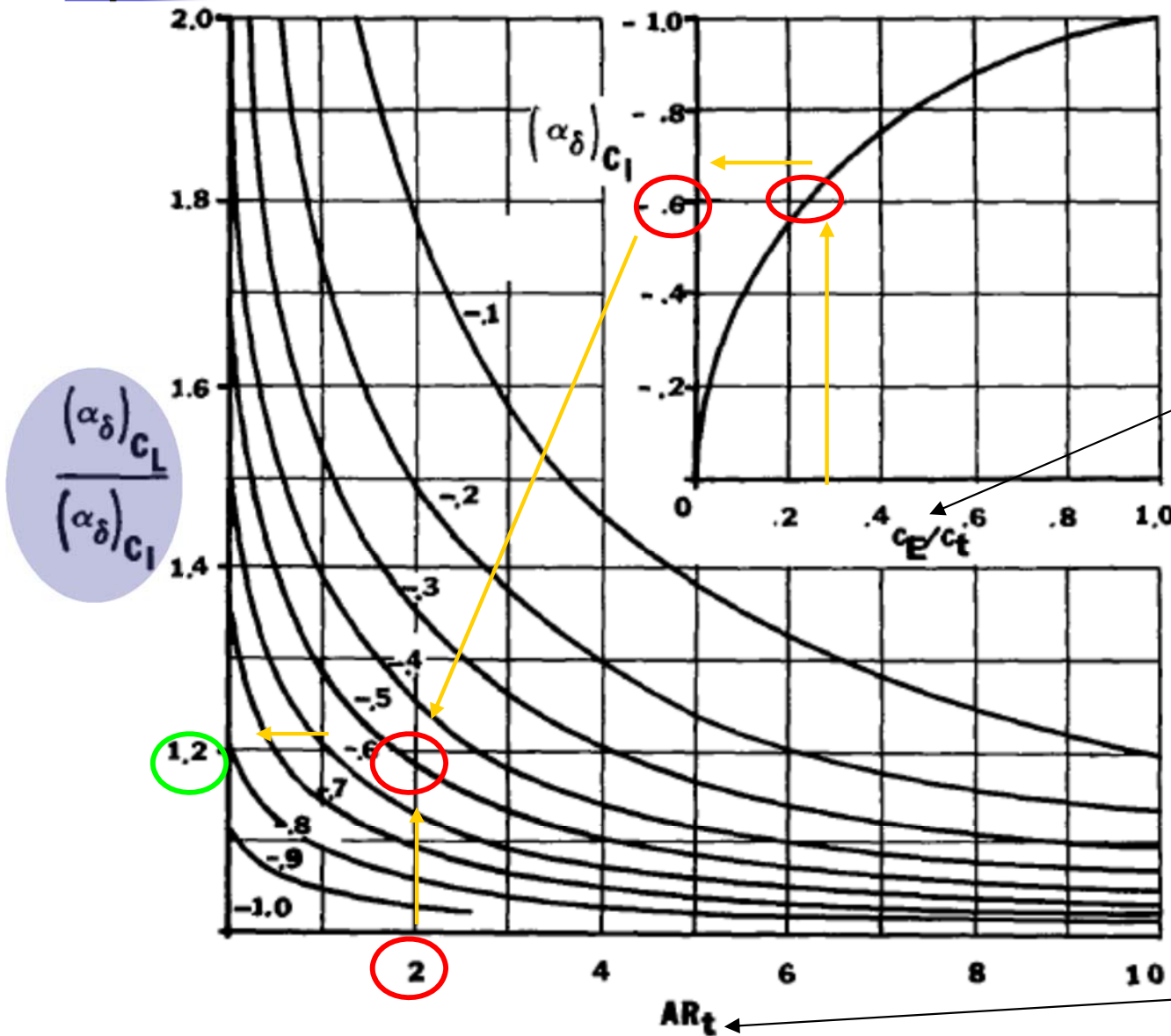


Figure B.2.3 Span factor for inboard flaps.

Fig A37

# Fig A35



Relación entre cuerdas superficie de control/ estabilizador

- Selección  $c_E/c_t$
- Genera  $(\alpha_\delta)_{CI}$
- Selección  $AR_t$  y  $(\alpha_\delta)_{CI}$
- Genera  $(\alpha_\delta)_{CL}$   $(\alpha_\delta)_{CI}$

Alargamiento del estabilizador

Figure 16. Flap chord factor.

# Fig A35

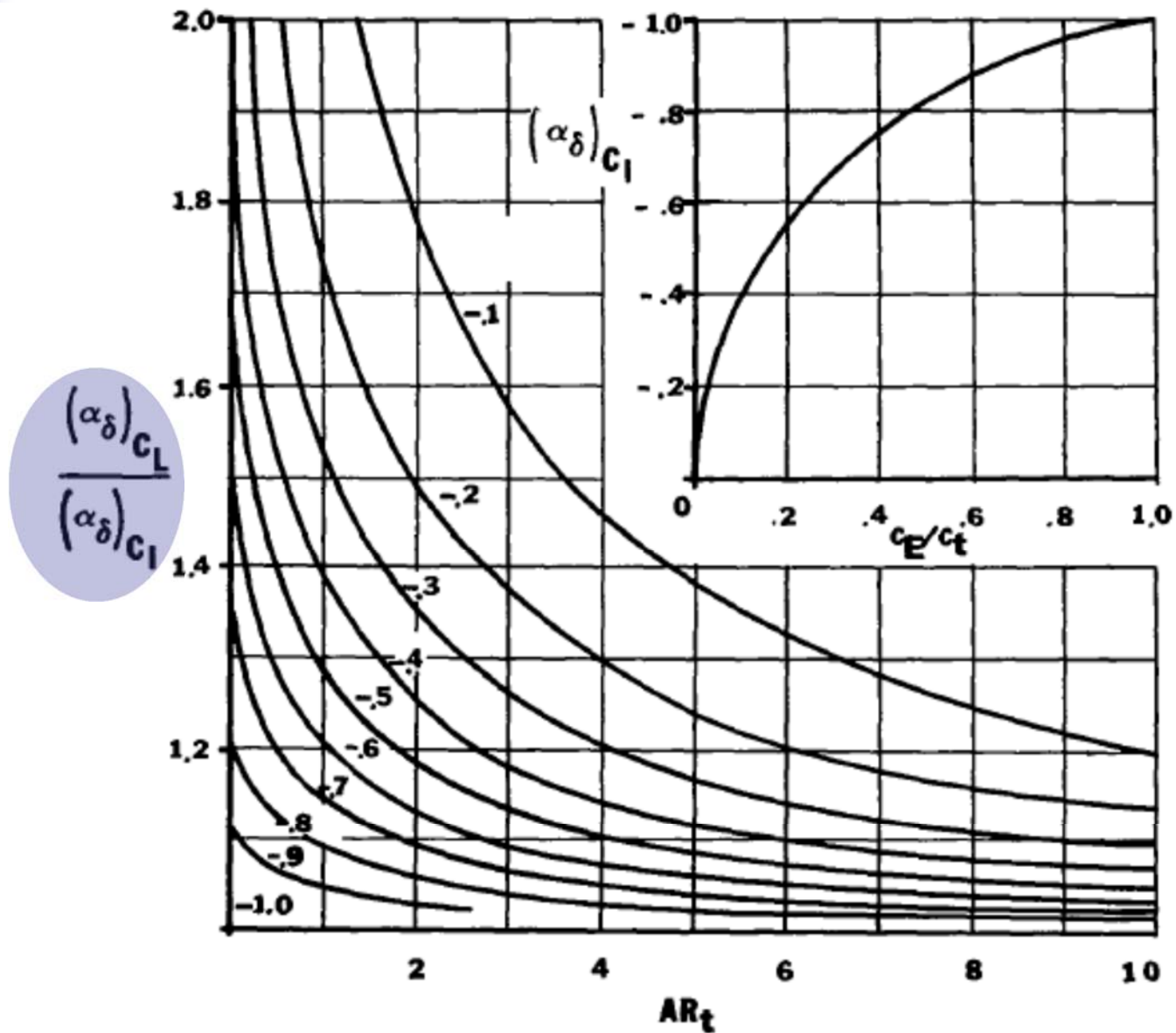
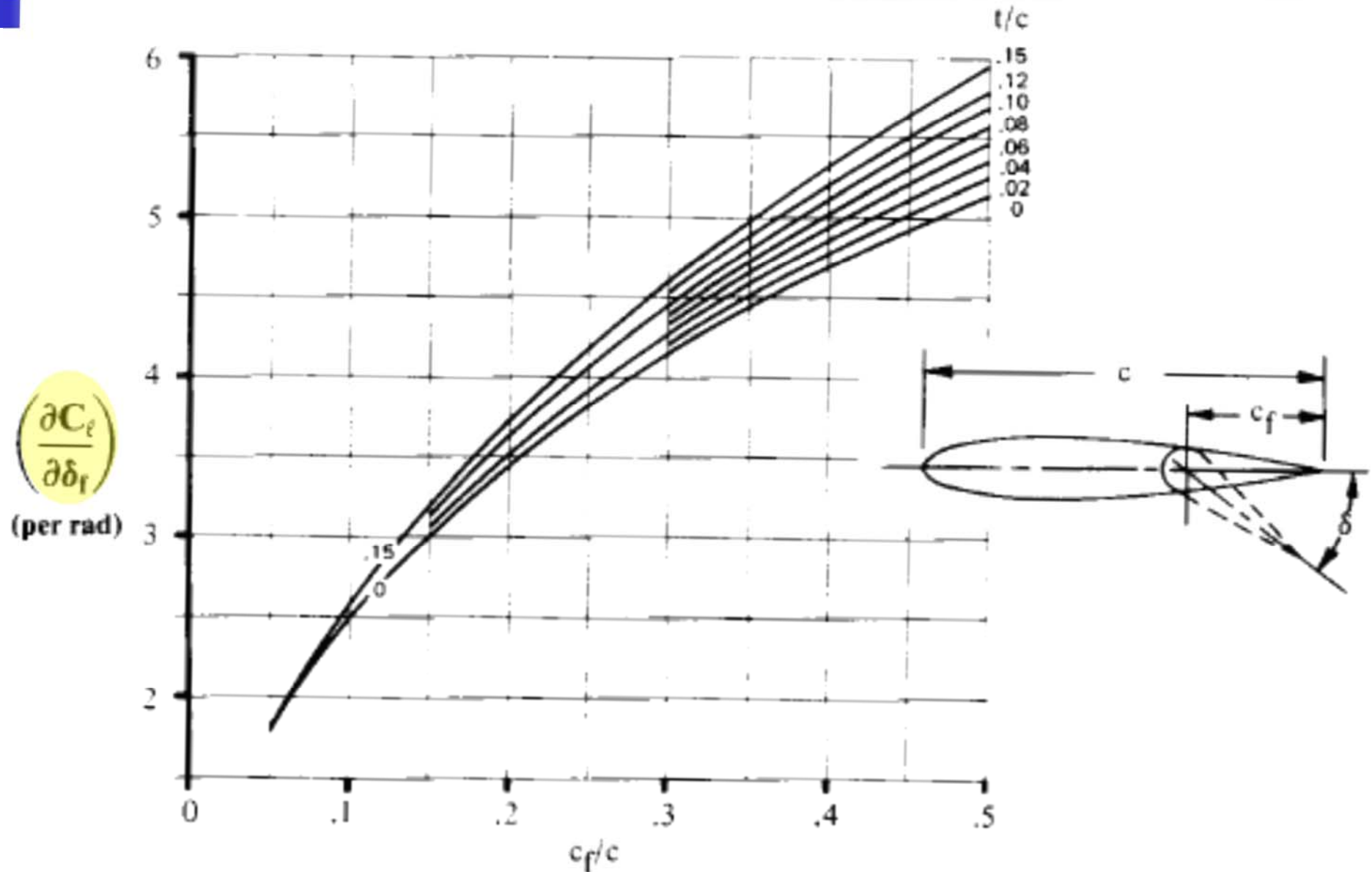


Figure 16. Flap chord factor.

# Fig A36



**Fig. 16.6 Theoretical lift increment for plain flaps. (Ref. 37)**



# Fig A37

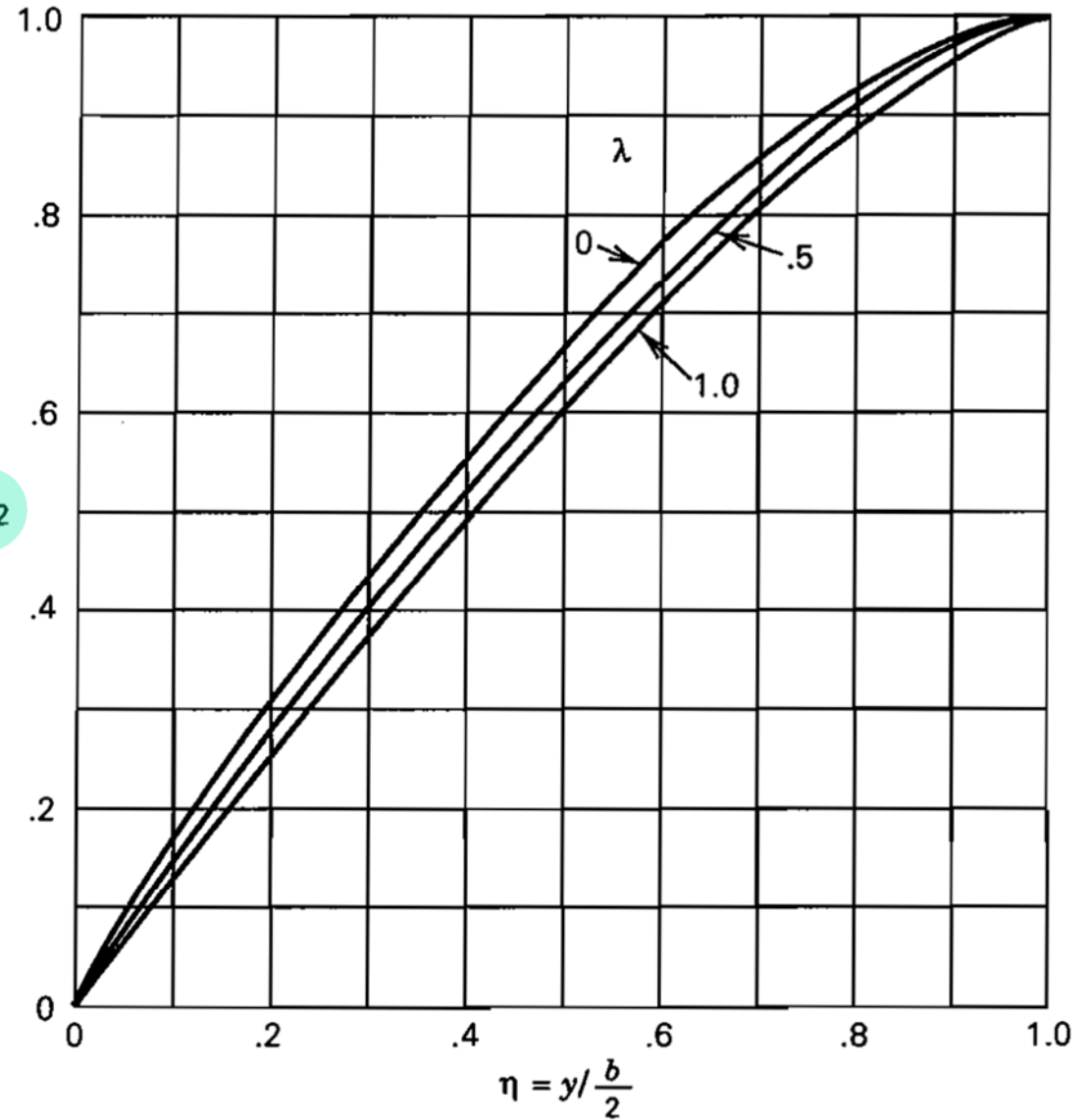
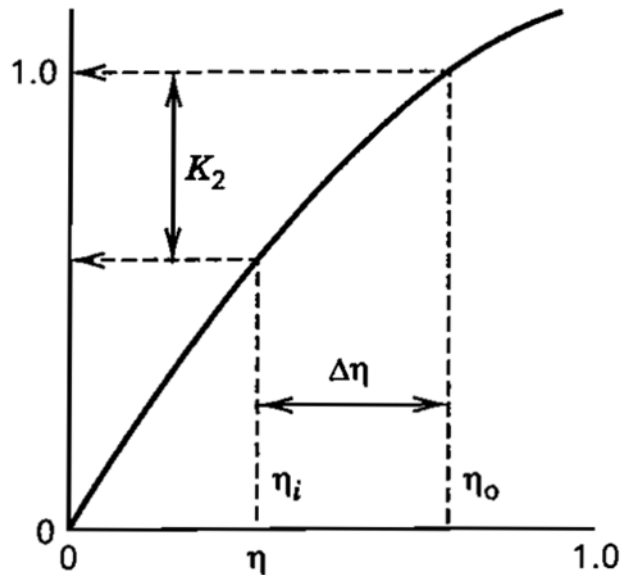
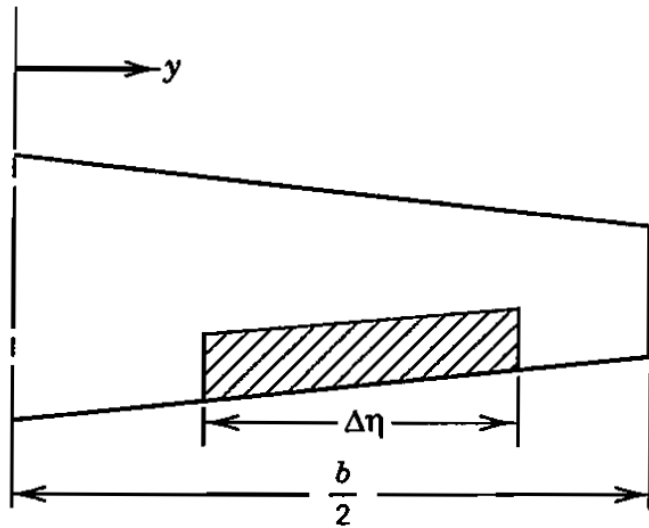


Figure B.2,3 Span factor for inboard flaps.

# Efectividad de las superficies de control

## Método III

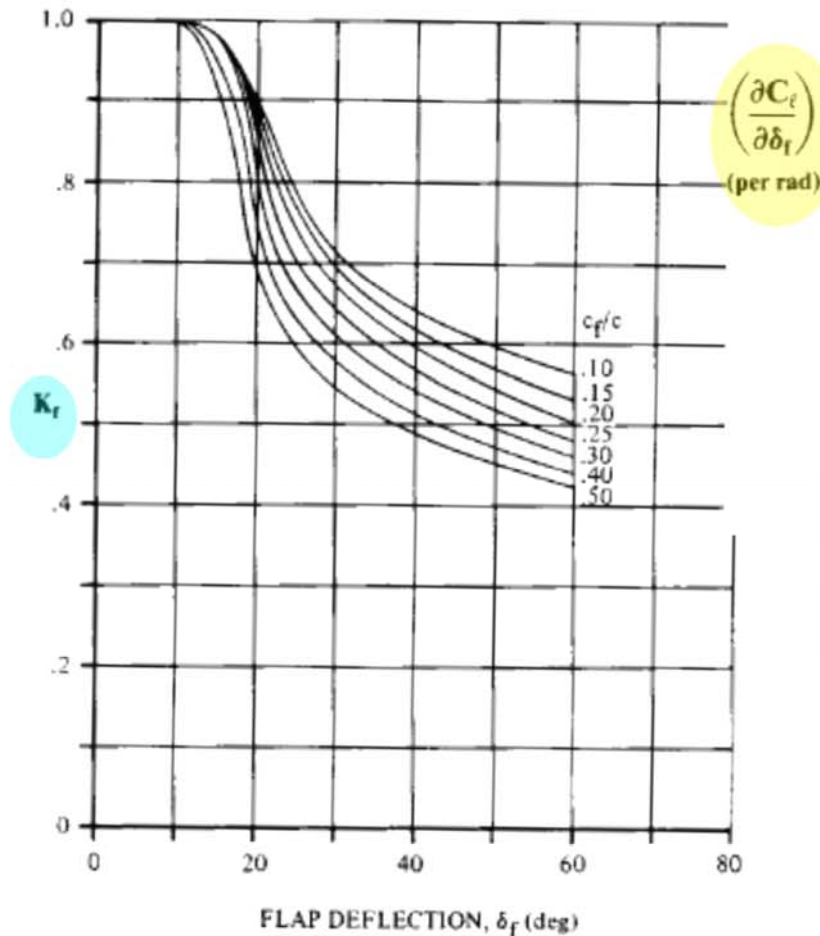


Fig. 16.7 Empirical correction for plain lift increment. (Ref. 37)

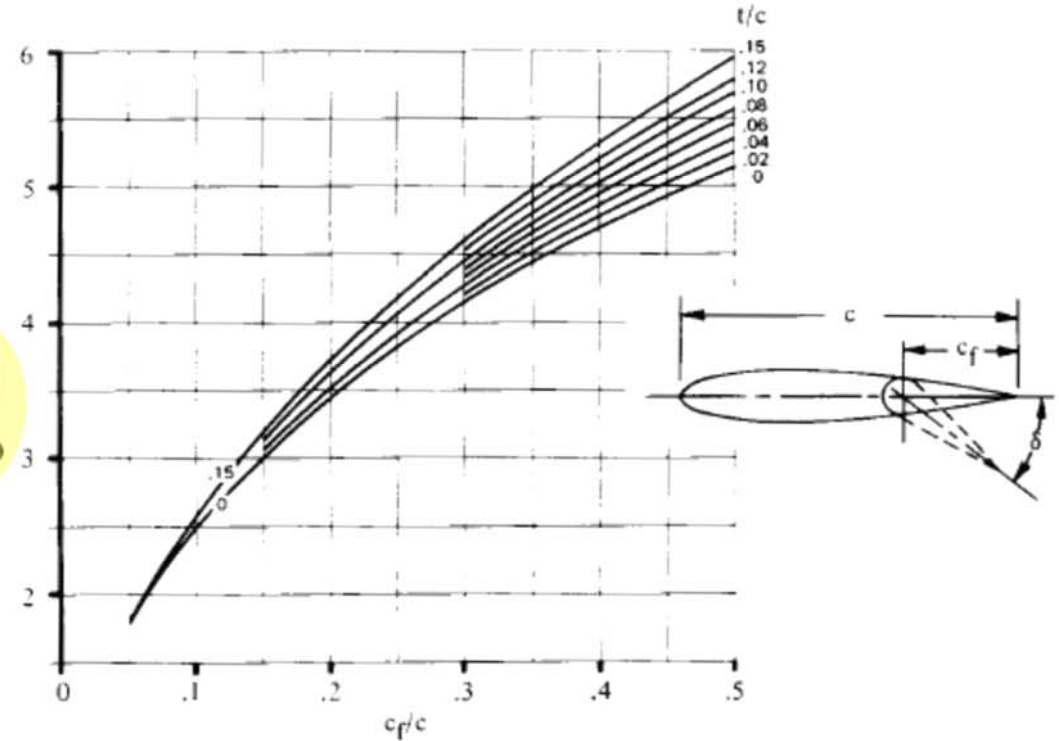


Fig. 16.6 Theoretical lift increment for plain flaps. (Ref. 37)

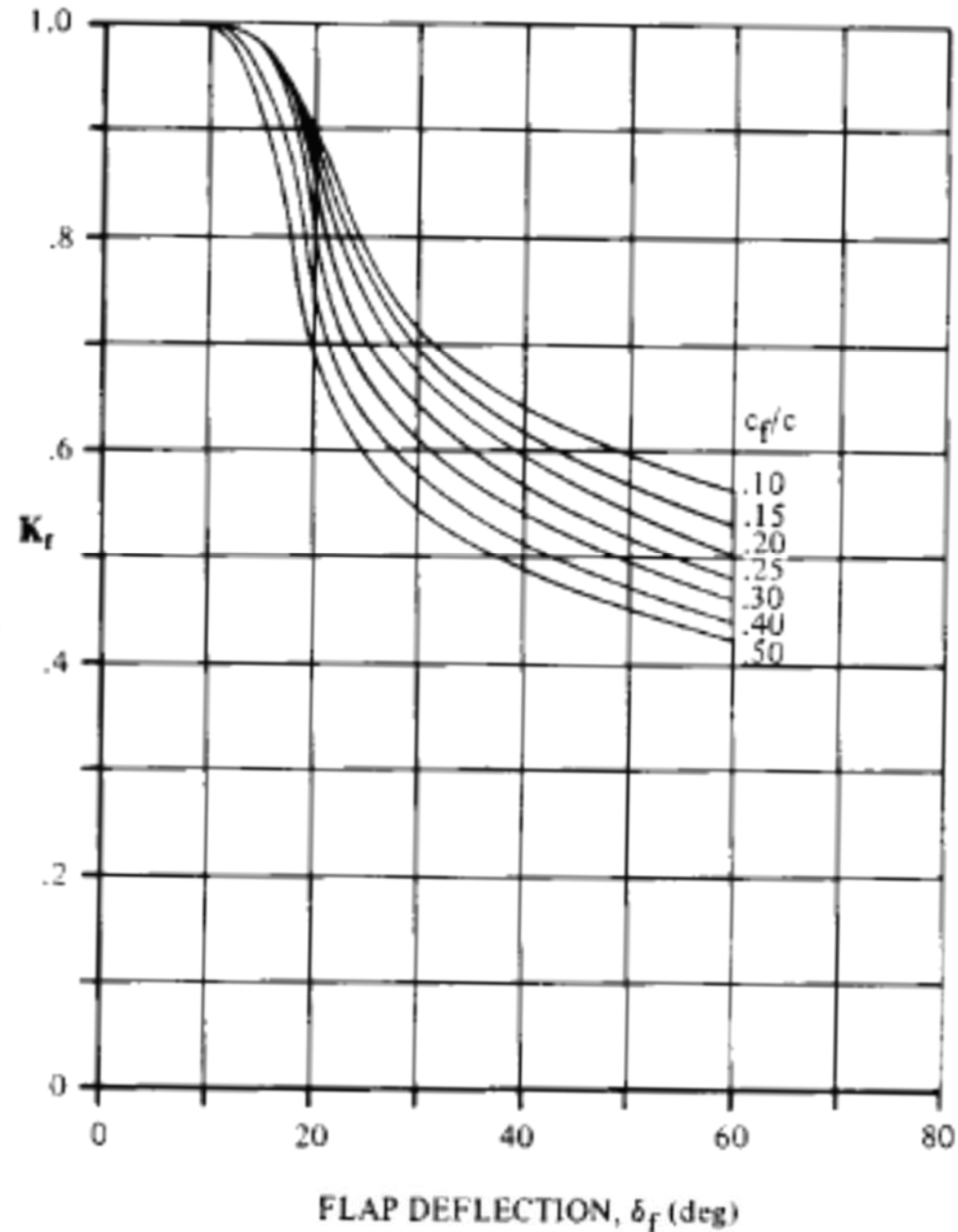
$$\Delta\alpha_{0L} = -\frac{1}{C_{L\alpha}} \frac{\partial C_L}{\partial \delta_f} \delta_f$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial \delta_f} = 0.9 K_f \left(\frac{\partial C_f}{\partial \delta_f}\right)' \frac{S_{\text{flapped}}}{S_{\text{ref}}} \cos\Lambda_{H.L.}$$

ángulo de la línea de bisagra



$$\frac{\partial C_L}{\partial \delta_f} = 0.9 K_f \left( \frac{\partial C_\ell}{\partial \delta_f} \right)' \frac{S_{\text{flapped}}}{S_{\text{ref}}} \cos \Lambda_{\text{H.L.}}$$



**Fig. 16.7 Empirical correction for plain lift increment. (Ref. 37)**

# Estimación del Downwash - I

- El **flujo de las alas** tiene una **gran influencia** en el **flujo** del **resto** de los **elementos aerodinámicos** del avión.
- **Aguas arriba** del **ala** el aire (en vuelo subsónico) es **elevado** debido a las presiones sobre el ala:
  - Empuja el flujo en la parte inferior del fuselaje.
  - Gira el flujo previo a alcanzar la hélice o la entrada de flujo de la góndola.
- **Aguas abajo** del ala, el flujo tiene una **dirección descendente** teórica **equivalente** al **ángulo** de **ataque** del **ala** justo en el **borde de salida**, todo y que ese valor desciende hasta aproximadamente la **mitad** del **ángulo** de ataque **aguas abajo** del ala.
- El efecto del **downwash** es la **reducción efectiva** del **ángulo** de **ataque** de la cola, contribuyendo de esa manera al **momento** de **cabeceo** del fuselaje.
- El chorro de los motores afecta en gran medida al downwash

$$\text{Upwash: } \frac{\partial \alpha_u}{\partial \alpha} = 1 + \frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha}$$

$$\text{Downwash: } \frac{\partial \alpha_h}{\partial \alpha} = 1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}$$

$$\alpha_h = (\alpha + i_w) \left( 1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) + (i_h - i_w)$$

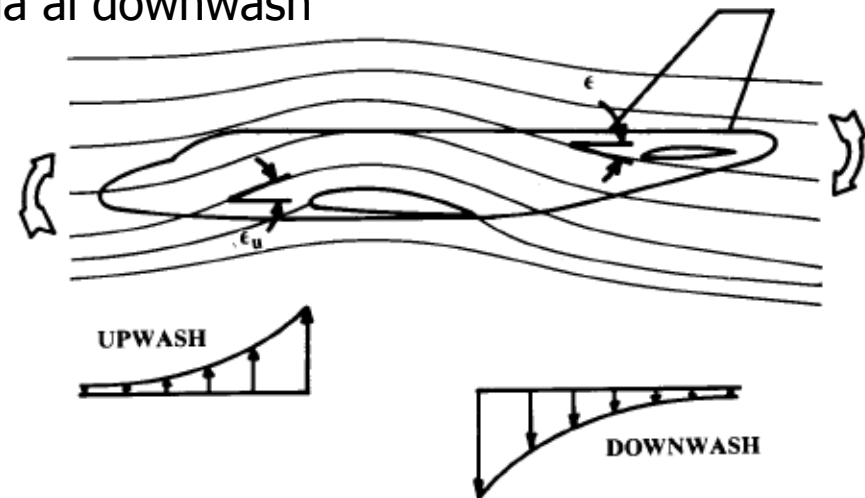


Fig. 16.10 Wing flowfield effect on pitching moment.

# Estimación del Downwash - II

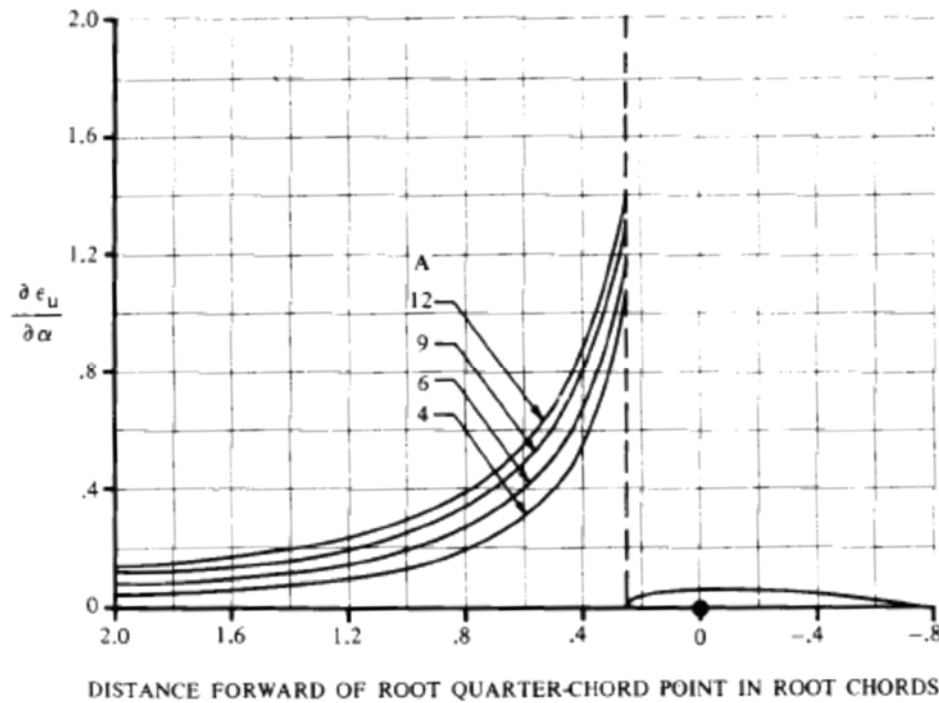


Fig. 16.11 Upwash estimation (subsonic only). (Ref. 37)

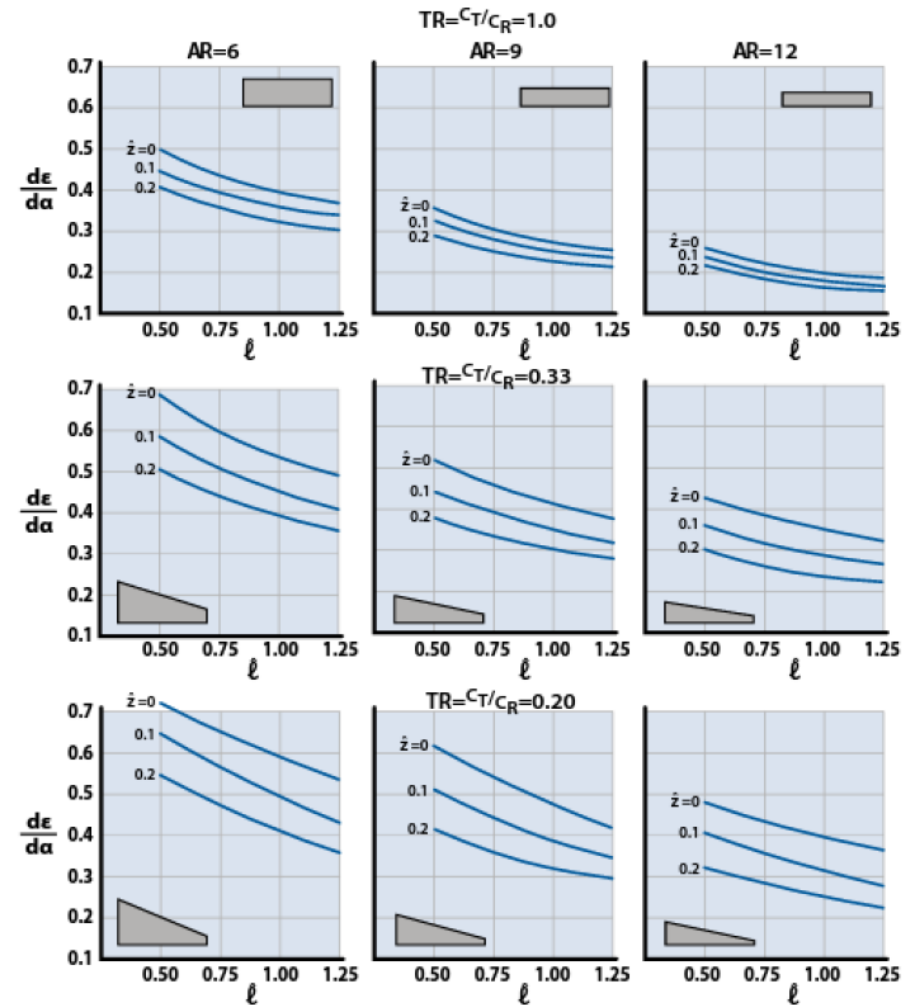
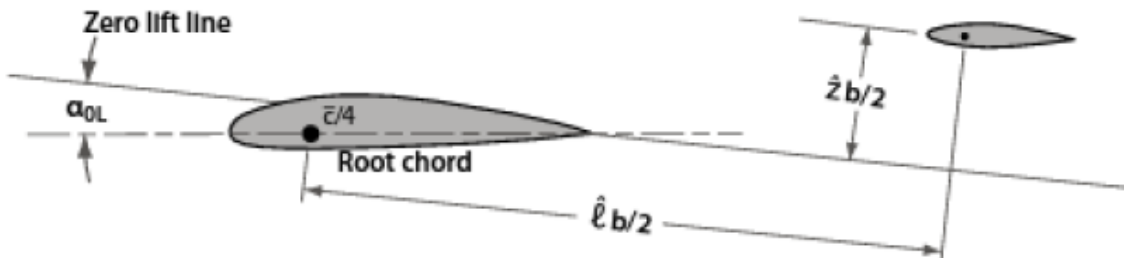
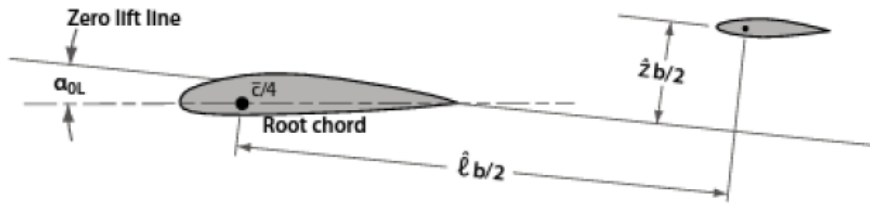


Figure 21.8 Downwash charts for various taper ratios (TR) (data from [8]).



$$\text{Upwash: } \frac{\partial \alpha_u}{\partial \alpha} = 1 + \frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha}$$

$$\text{Downwash: } \frac{\partial \alpha_h}{\partial \alpha} = 1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}$$

$$\alpha_h = (\alpha + i_w) \left( 1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) + (i_h - i_w)$$

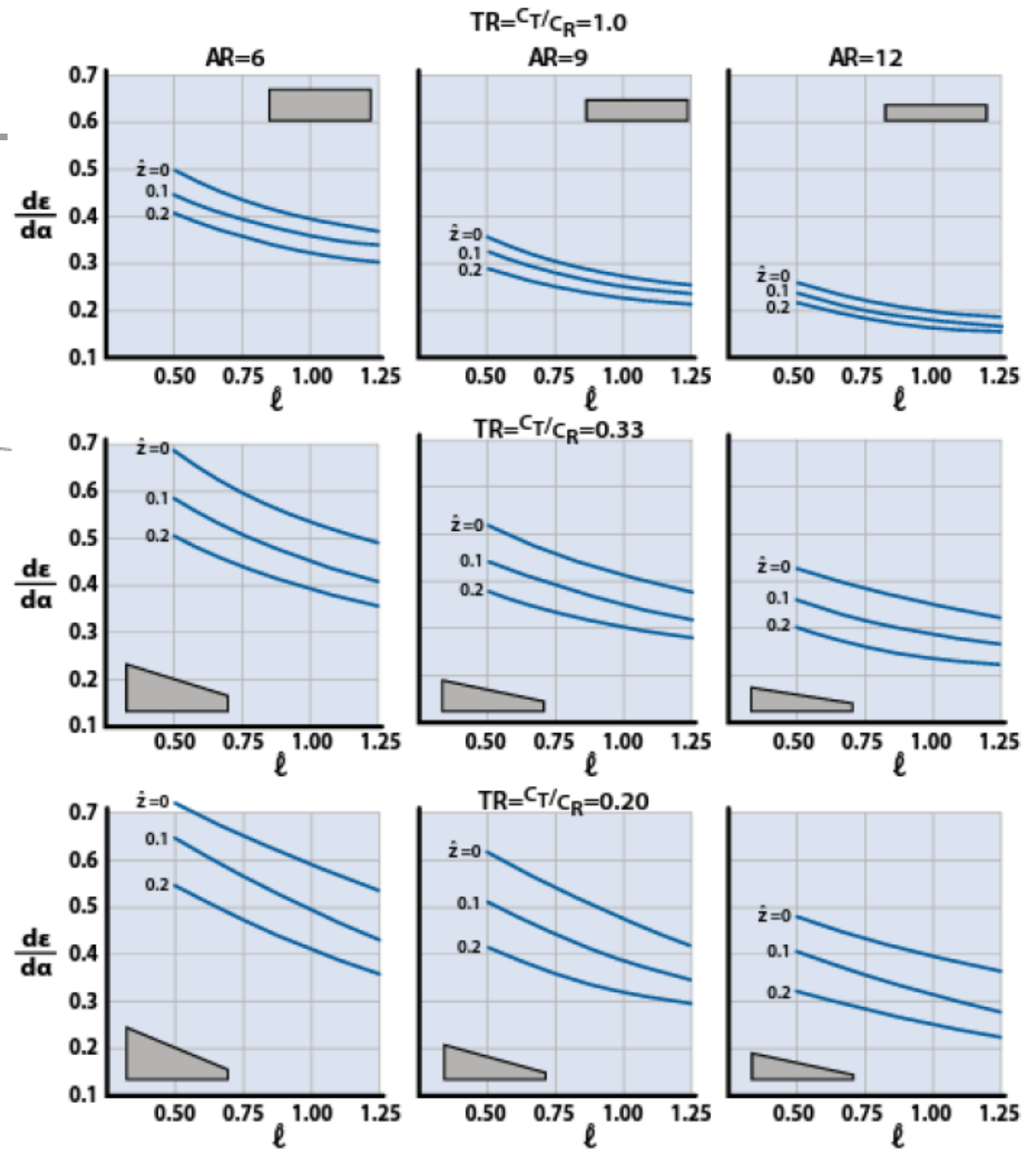
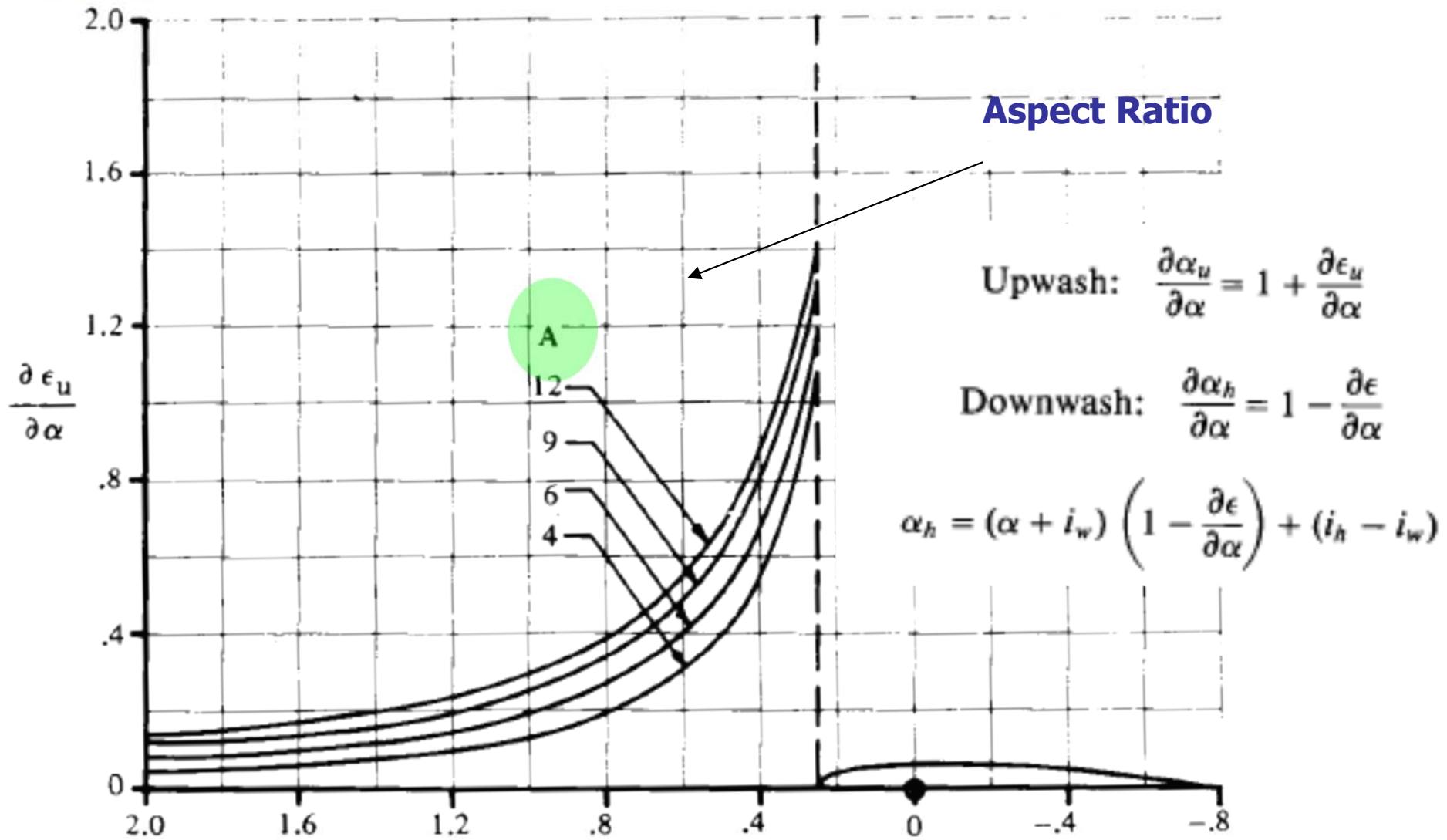


Figure 21.8 Downwash charts for various taper ratios ( $TR$ ) (data from [8]).



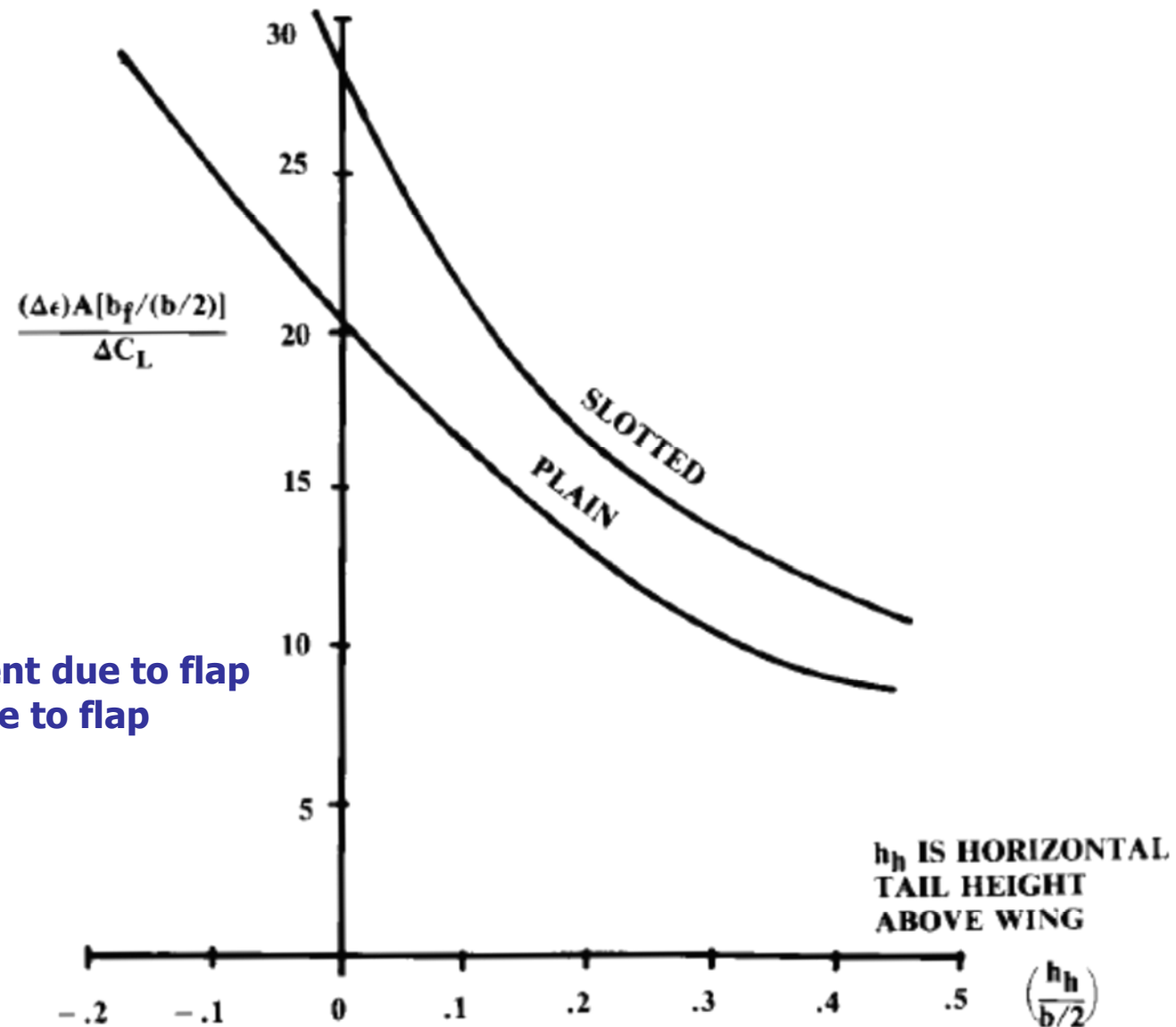
# Estimación del Upwash



DISTANCE FORWARD OF ROOT QUARTER-CHORD POINT IN ROOT CHORDS

**Fig. 16.11 Upwash estimation (subsonic only). (Ref. 37)**

# Estimación del Downwash - V



**A** – Aspect Ratio  
 **$b_f$**  – span flap  
**b** – span wing  
 $\Delta\epsilon$  - downwash increment due to flap  
 $\Delta C_L$  – Lift increment due to flap

Fig. 16.13 Downwash increment due to flaps.

# Estimación del Downwash - VI

- Método alternativo para la estimación del downwash

$$\frac{d\epsilon}{d\alpha} = 4,44 \left[ K_A K_\lambda K_H \left( \cos \Lambda_{\frac{\epsilon}{4}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{1,19}$$

$$K_A = \frac{1}{A} - \frac{1}{1 + A^{1,7}}$$

$$K_\lambda = \frac{10 - 3\lambda}{7}$$

$$K_H = \frac{1 - \frac{h_H}{b}}{\sqrt[3]{\frac{2l_h}{b}}}$$

**Aspect Ratio**

$$\tan \Lambda_{\frac{\epsilon}{4}} = \tan \Lambda_{LE} - \frac{c_r - c_t}{2b}$$

Cuerda en raíz

Cuerda en punta

Flecha borde de ataque

envergadura

$l_h$  – distancia paralela a la cuerda del ala entre el 25% de la cuerda media del ala y el 25% de la cuerda media de la deriva horizontal

$h_H$  – altura de la deriva horizontal por encima del plano del ala

Estimación de  $\epsilon_0$  es equivalente a determinar el downwash/upwash que produce el ala con  $\alpha_0$

$$\epsilon_0 = \frac{2C_{L0}}{\pi A}$$

Del ala

# Análisis de Vuelo Equilibrado – III

$$\Sigma F_x = W - L = \frac{W}{qS} - C_{L0} - C_{L\alpha}\alpha - C_{L\delta_e}\delta_e$$

$$\Sigma M = 0 = C_{M0} + C_{M\alpha}\alpha + C_{M\delta_e}\delta_e$$

$$C_{M\delta} = C_{M\delta_c} + C_{M\delta_t}$$

$$C_{M\delta_c} = \frac{q_c S_c}{q S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_c}) C_{L\delta_c} + \frac{q_c S_c}{q S} \frac{\bar{C}_c}{\bar{C}} C_{M\delta_{AC_c}}$$

$$C_{M\delta_t} = \frac{q_t S_t}{q S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_t}) C_{L\delta_t} + \frac{q_t S_t}{q S} \frac{\bar{C}_t}{\bar{C}} C_{M\delta_{AC_h}}$$

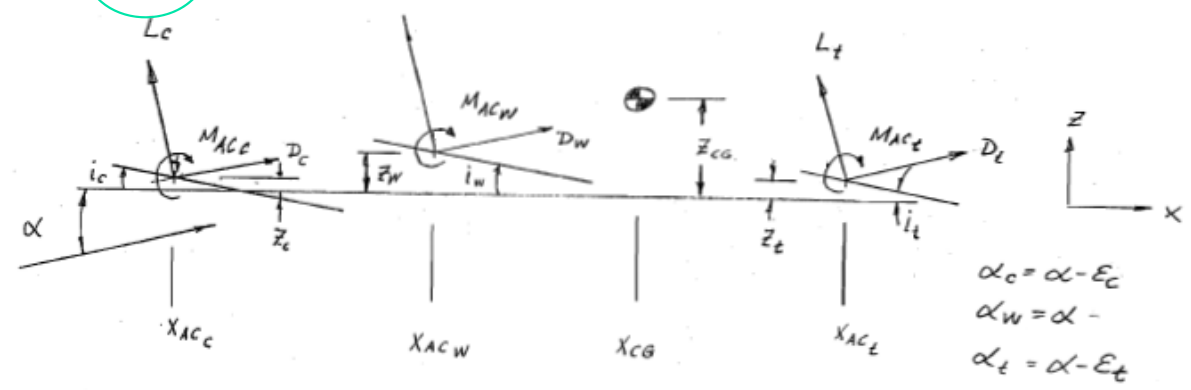
Momento cabeceo  
planta propulsora  
Asumir inicialmente = 0

$$C_{M0} = \frac{q_c S_c}{q S} \frac{\bar{c}_c}{\bar{c}} C_{MAC_c} + \frac{q_c S_c}{q S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_c}) (C_{L0_c} + C_{L\alpha_c} (i_c + \epsilon_{0_c}))$$

$$+ C_{Mp0} + C_{MAC_w} + (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_w}) (C_{L0_w} + C_{L\alpha_w} i_w)$$

$$+ \frac{q_t S_t}{q S} \frac{\bar{c}_t}{\bar{c}} C_{MAC_t} + \frac{q_t S_t}{q S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_t}) (C_{L0_t} + C_{L\alpha_t} (i_h - \epsilon_{0_t}))$$

$$C_{M\alpha} = C_{L\alpha} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{NA})$$



# Control Derivatives

$$C_{M_{\delta_e}}$$

Alternativamente se puede definir  $C_{M_{\delta_e}}$  de la eq.

$$\frac{W}{qS} = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

$C_{M_{\delta_e}}$  is the change in pitching momento coefficient With changes in elevator deflection

$$C_{M_{\delta_e}} = -\frac{l_t}{c} C_{L_{\delta_e}} \quad \text{donde } l_t \text{ es el brazo } X_{cg} - X_{act}$$

$$C_{L_{\delta_e}} = C_{L_{\delta_c}} + C_{L_{\delta_t}}$$

$$C_{L_{\delta_c}} = \frac{q_c}{q} \frac{S_c}{S} C_{L_{\delta_c \delta_e}}$$

$$C_{L_{\delta_t}} = \frac{q_t}{q} \frac{S_t}{S} C_{L_{\delta_t \delta_e}}$$

Y teniendo en cuenta que

Lo que es consistente con las ecuaciones previamente definidas

$$C_{M_{\delta_e}} = C_{M_{\delta_c}} + C_{M_{\delta_t}}$$

$$C_{M_{\delta_c}} = \frac{q_c}{q} \frac{S_c}{S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_c}) C_{L_{\delta_c}} + \frac{q_c}{q} \frac{S_c}{S} \frac{\bar{C}_c}{\bar{C}} C_{M_{\delta_{AC_c}}}$$

$$C_{M_{\delta_t}} = \frac{q_t}{q} \frac{S_t}{S} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_{AC_t}) C_{L_{\delta_t}} + \frac{q_t}{q} \frac{S_t}{S} \frac{\bar{C}_t}{\bar{C}} C_{M_{\delta_{AC_h}}}$$

donde

$$C_{M_{\delta_{AC_c}}} \neq 0 \Rightarrow \text{perfiles no simetricos}$$

$$C_{M_{\delta_{AC_h}}} = 0 \Rightarrow \text{perfiles simetricos}$$

# Análisis de Vuelo Equilibrado - IV

- La resolución de los valores de trimado ( $\alpha$  y  $\delta_e$ ) para diferentes configuración de crucero (velocidad, altura, peso)

$$\Sigma F_x = W - L = \frac{W}{qS} - C_{L_0} - C_{L_\alpha} \alpha - C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

$$\Sigma M = 0 = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e$$

- Es necesario el tener en cuenta que el avión tiene que ser capaz de satisfacer restricciones que no están consideradas en las ecuaciones de trimado:
  - Resistencia añadida por el ángulo de ataque del avión

$$C_{D_{i_{trimmed}}} = K [C_{L_\alpha} \alpha]^2 + \frac{q_c}{q} \frac{S_c}{S} K_c [C_{L_c}]^2 + \frac{q_t}{q} \frac{S_t}{S} K_t [C_{L_t}]^2 + \dots$$

siendo

$$C_{L_t} = C_{L_{\delta_t}} \delta_t \quad \& \quad K [C_{L_\alpha} \alpha]^2 \Rightarrow \Delta C_{D_{i_{trim}}} \quad \text{incremento de resistencia inducida asociada al trimado del avión}$$

$$C_{L_c} = C_{L_{\delta_c}} \delta_c$$

Avión al completo

$$K = \frac{1}{\pi A e}$$

Superficies de control

$$K_t = \frac{1}{\pi A_t e_t},$$

$$K_c = \frac{1}{\pi A_c e_c}, \dots$$

¿Cálculo para todas los segmentos de las misiones?

Sólo se ha optimizado para una misión – CASM

¿Estudio  $C_{D_{i_{trimmed}}}$  para todas las misiones (Alcance y Autonomía)?

Depende del tiempo disponible de cada grupo



# Análisis de Vuelo Equilibrado - V

- ¿Como abordar el análisis de equilibrado?
  - Hay que resolver

## Deseadas

- Carga alar elegida
- Altitud de vuelo (RFP)
- Velocidad de vuelo (RFP)

$$\Rightarrow \frac{W}{qS} = C_L \Leftarrow$$

## Actuales

- Características aerodinámicas:
- Superficies aerodinámicas
  - Incidencias
  - Geometría



$$\frac{W}{qS} = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$



- Dependencia compleja

$$C_{L_0} = C_{L_{0WB}} + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{0c}} + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{0t}} + C_{L_{\alpha WB}} i_w + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\alpha c}} (i_c + \varepsilon_{0c}) + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\alpha t}} (i_t - \varepsilon_{0t})$$

$$C_{L_\alpha} = C_{L_{\alpha WB}} + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\alpha c}} \left( 1 + \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial \alpha} \right) + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\alpha t}} \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \alpha} \right)$$

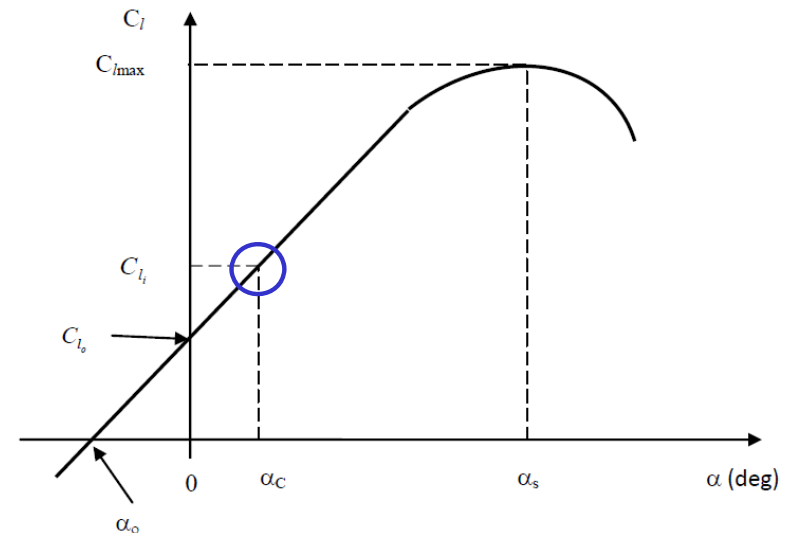
$$C_{L_{\delta_e}} = \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\delta_c \delta_e}} + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\delta_t \delta_e}}$$

- ¿Qué hacer entonces?

# Análisis de Vuelo Equilibrado - VI

- Dejar que las ecuaciones hablen... para ello hay que hacer simplificaciones
  - Para el caso de un avión trimado, se desea que el  $C_L$  de vuelo sea el óptimo  $C_{L_{OPT}}$
  - El  $C_{L_{OPT}}$  define la configuración del avión
    - Aerodinámica determina cual debe de ser la incidencia del ala  $i_w$  tal que para el crucero se óptimo

$$\frac{W}{qS} = C_L \Rightarrow C_L = C_{L_{OPT}}$$



- Esto implica que se puede hacer la aproximación que  $\alpha$  y  $\delta_e$  se haga 0
  - Esto sólo puede ocurrir en un punto del crucero ya que la carga alar disminuye a medida que se consume combustible

# Análisis de Vuelo Equilibrado - VII

- Hacer la hipótesis de que en un punto del crucero, el vuelo puede ser óptimo y por lo tanto con  $\alpha = \delta_e = 0$  tenemos que

$$\frac{W}{qS} = C_{L_0} = C_{L_{OPT}}$$

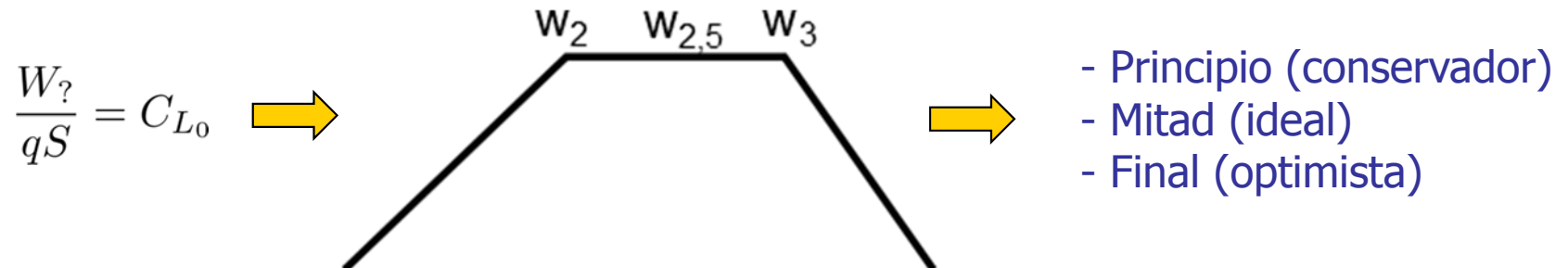


$$C_{L_0} = C_{L_{0WB}} + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{0c}} + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{0t}} + C_{L_{\alpha WB}} i_w + \frac{q_c S_c}{q S} C_{L_{\alpha c}} (i_c + \varepsilon_{0c}) + \frac{q_t S_t}{q S} C_{L_{\alpha t}} (i_t - \varepsilon_{0t})$$

- Que incidencia de ala ( $i_w$ ), del horizontal ( $i_t$ ) y canard ( $i_c$ )?

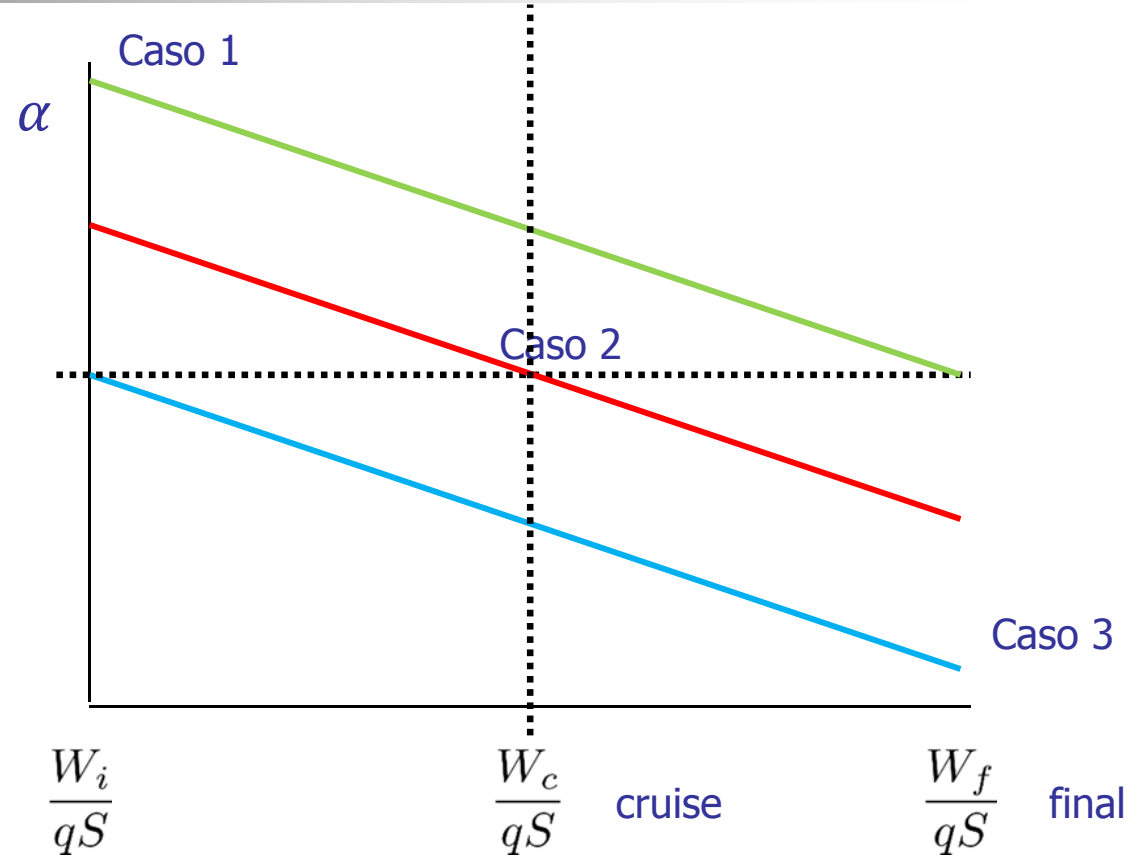
- $i_w$  asociada a  $C_{L_{OPT}}$
- $i_t \approx -1^\circ$
- $i_c \rightarrow > i_w$  ya que tiene que entrar en pérdida antes que el ala

- ¿Que punto del segmento de crucero tomo como punto de partida?



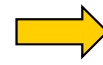
# Análisis de Vuelo Equilibrado - VIII

Caso 1: avión volando con  $C_{L_{OPT}} \rightarrow \frac{W_f}{S}$   
 Caso 2: avión volando con  $C_{L_{OPT}} \rightarrow \frac{W_f}{S}$   
 Caso 3: avión volando con  $C_{L_{OPT}} \rightarrow \frac{W_i}{S}$



64

$$\frac{W}{qS} = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$



Caso 1:  $\frac{W}{qS} > C_{L_0}$   
 Caso 2:  $\frac{W_c}{qS} \approx C_{L_0}$   
 Caso 3:  $\frac{W}{qS} < C_{L_0}$



- Corregir  $\frac{W}{S} \rightarrow$  superficie alar y/o peso
- Corregir  $q \rightarrow$  velocidad y/o altura
- Corregir  $C_{L_0} \rightarrow$  perfil/es y/o superficies

# Estudio Estabilidad Longitudinal

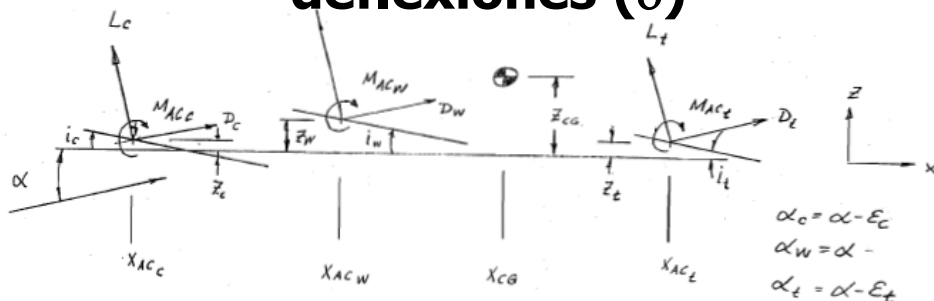
- **Variables de entrada** para obtener valores de **trimado razonables**:

- Áreas de superficies sustentadoras ( $S_c, S_w, S_t$ )
- Incidencias de las superficies sustentadores ( $i_c, i_w, i_t$ )
- Ubicación de las superficies sustentadoras ( $x_{ACc}, x_{ACw}, x_{ACt}$ )
- Propiedades de las superficies sustentadoras.

- Pautas para proceder al estudio:

- **IMPORTANTE:**

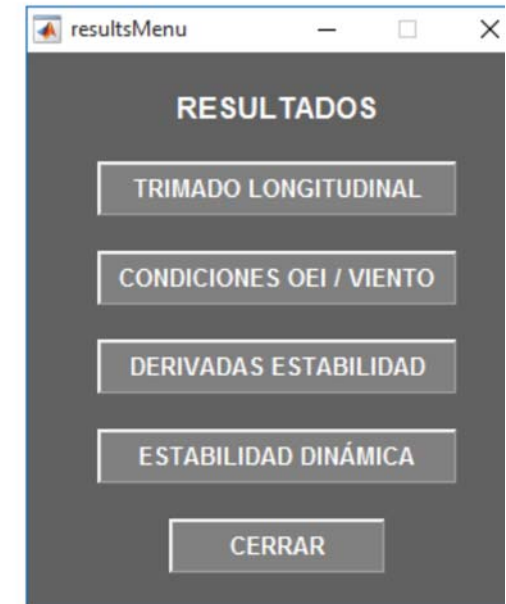
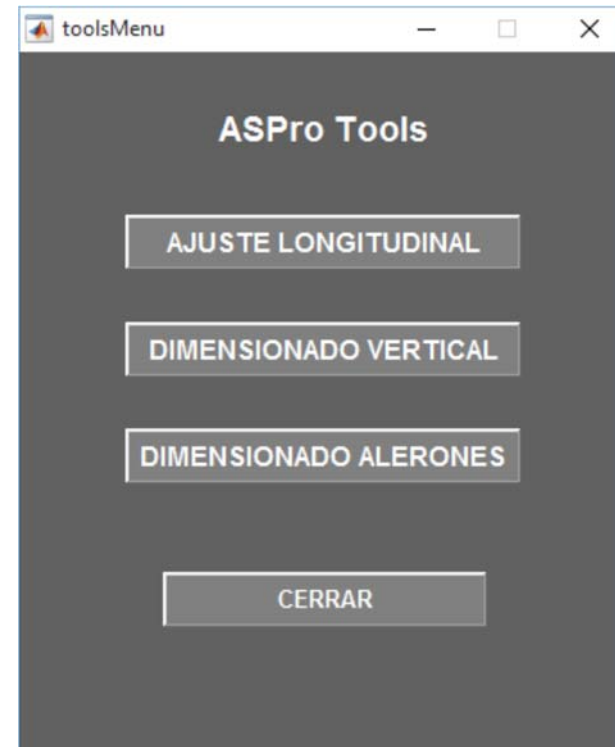
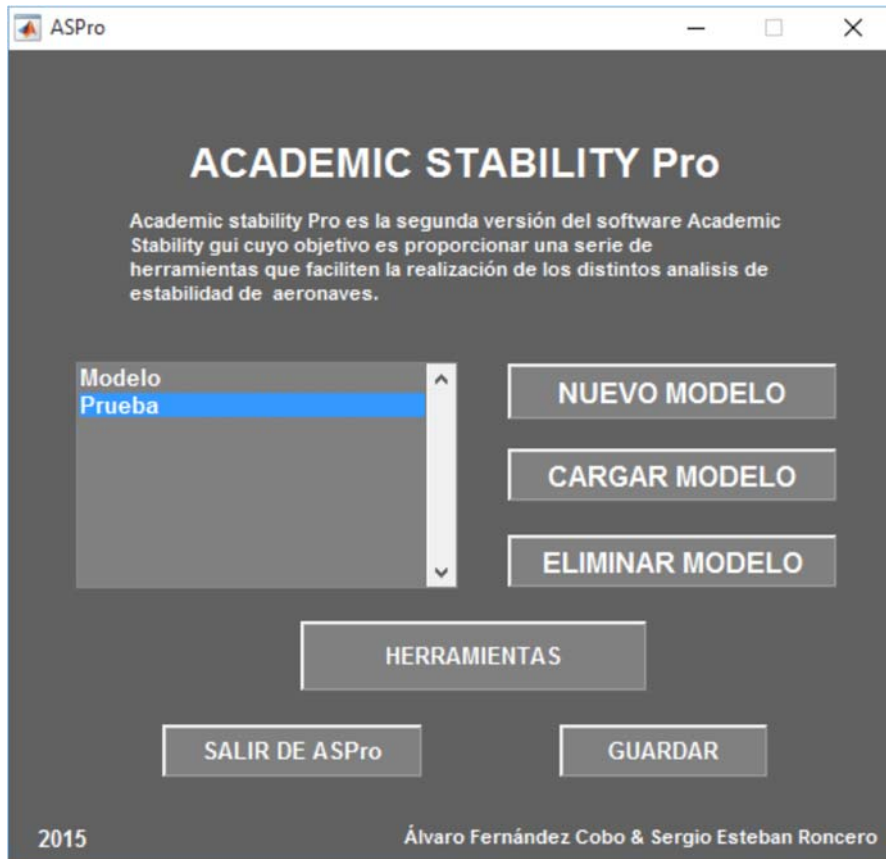
- Analizar lo que se obtiene de las dos ecuaciones (fuerzas y momentos)
- Fijar superficie alar ( $S_w$ ) por requisitos actuaciones ( $W/S$ )
- Fijar superficies para estabilización (cannard/horizontal)
- Determinar ubicación de superficies para  $\alpha=0$ 
  - Fijar la incidencia del ala para  $i_w = \alpha (L/D)_{\text{óptimo}}$
  - Fijar  $W$  y  $q$  a principio del segmento de crucero.
- **Modificar incidencias** horizontal/cannard para **corregir deflexiones ( $\delta$ )**



$$\Sigma F_x = W - L = \frac{W}{qS} - C_{L0} - C_{L\alpha} \alpha - C_{L\delta_e} \delta_e$$

$$\Sigma M = 0 = C_{M0} + C_{M\alpha} \alpha + C_{M\delta_e} \delta_e$$

# Academic Stability Pro - I





# Academic Stability Pro - II

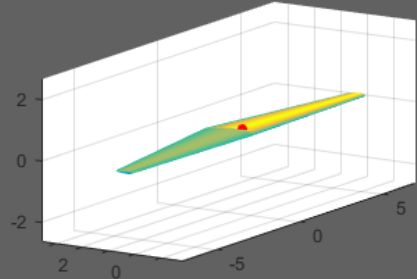
wingProperties

## EDICIÓN DE SUPERFICIES AERODINÁMICAS

### ALA

CARGAR .MAT

0	0	1
1	0.0625	0.34



Geometría

Básica

S (m <sup>2</sup> )	16	AR	12.3	c_r (m)	1.71	LAMl <sub>e</sub> (°)	0.87
b (m)	14	TR	0.34	c_t (m)	0.58	X_ca (m)	8.81

Avanzada

Diedro (°)	2	LAMc <sub>4</sub> (°)	-1.4	LAMc <sub>2</sub> (°)	-3.7	Z_ca (m)	-0.2
c_MAC (m)	1.14	x_ca (m)	0.339	y_ca (m)	2.93	z_ca (m)	0.102
i (°)	-1	t/c	0.13	S_exp (m <sup>2</sup> )	12.9		

Control

ca/c	0.26
y0/(b/2)	0.74
y1/(b/2)	1

GUARDAR

CERRAR

Aerodinámica

C_L0	0.237	C_La (1/rad)	6.14	C_la (1/rad)	5.66	C_M0	-0.0407	eta	0.95
------	-------	--------------	------	--------------	------	------	---------	-----	------

generalData\_edition

## INFORMACIÓN GENERAL

1

Nombre modelo	Prueba	MTOW (kg)	4119	S_ref (m <sup>2</sup> )	15
---------------	--------	-----------	------	-------------------------	----

Configuración

- Convencional 2
- Ala + Canard
- Convencional + Canard



Configuración estabilizador vertical

- Convencional
- "Twin Vertical" 3

Polar de la aeronave

$$C_D = C_{D0} + k1 \cdot C_L + k2 \cdot (C_L)^2$$

4

k1		C_D0	
k2			

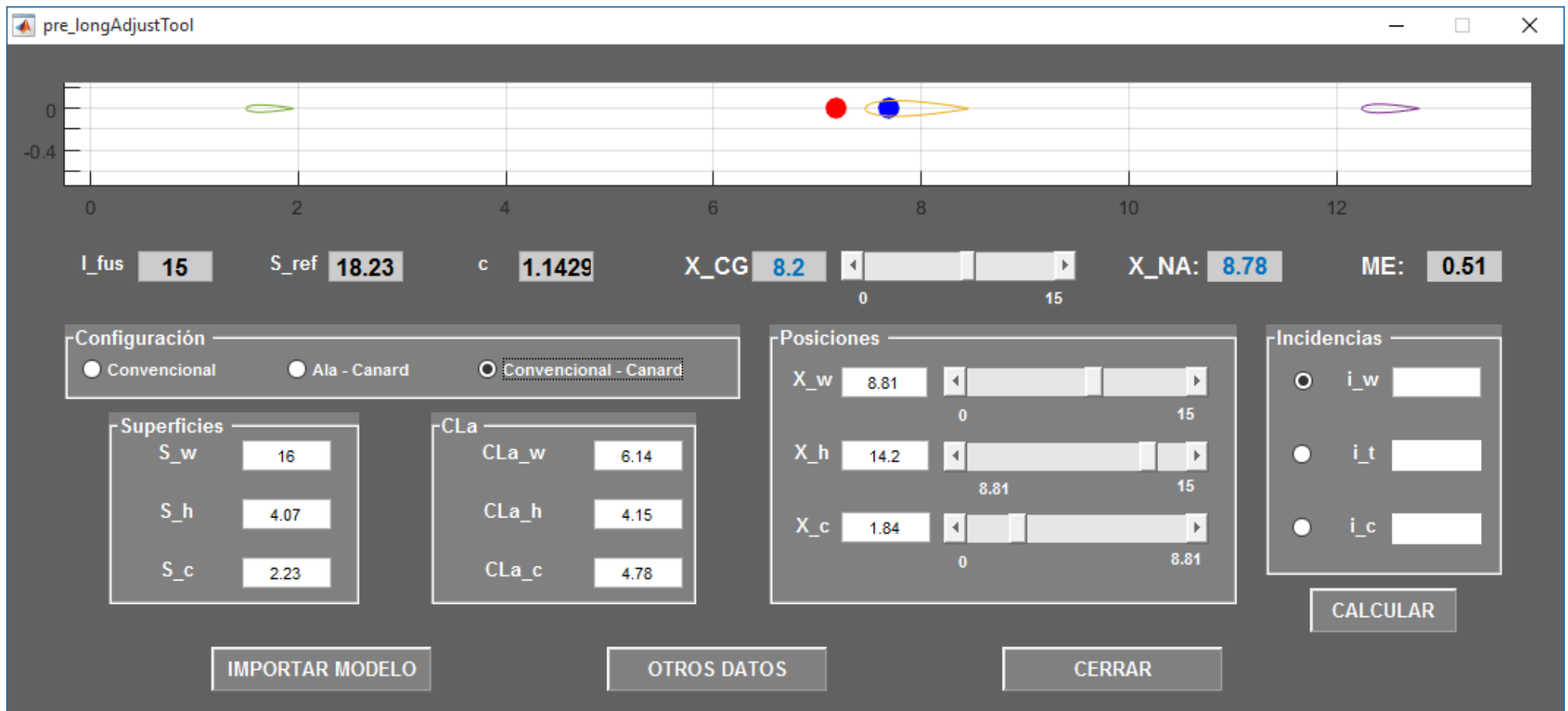
h (ft)	20000	rho (kg/m <sup>3</sup> )	0.6527	T (K)	248.526	p (bar)	46564.7177
M_inf	0.5	V_inf (m/s)	158.0173	q (bar)	16297.6512	W/W0	

CERRAR

GUARDAR

5

# Academic Stability Pro - III



# Academic Stability Pro - IV

stabilityDerivatives\_calc

## CÁLCULO DE DERIVADAS DE ESTABILIDAD Y CONTROL

alpha (°)  W/W0

h (ft)  M

### LONGITUDINAL

	CL	CD	CM
a	7.4260	0.1257	-2.6746
u	0.1705	0.0029	0
q	12.8897	0	-85.9560
aDot	2.2459	0	-4.6920

### DERIVADAS DE CONTROL

	CL	CD	CM
de	0.6197	0.0105	-3.2265
dc	0.1891	0.0032	1.0523

### LATERAL-DIRECCIONAL

	Cy	Cl	Cn
beta	-0.7088	-0.0931	0.0925
p	-0.1141	-0.5529	-0.0390
r	0.5035	0.1142	-0.2245
betaDot	-0.0519	-0.0059	0.0224

### DERIVADAS DE CONTROL

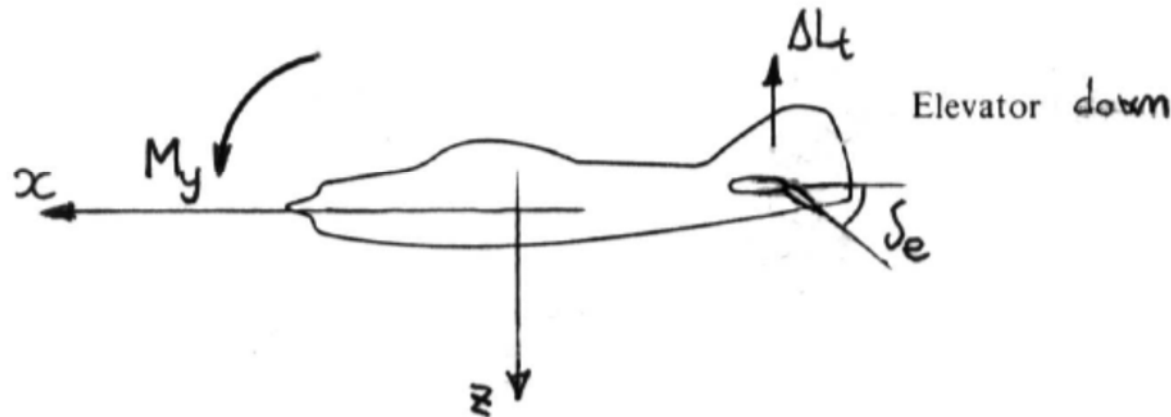
	Cy	Cl	Cn
dr	0.3985	0.0450	-0.1722
da	0	0.1486	-0.0120

### PROPULSIVAS

Cy_Tbeta	CM-Ta	CM-Tu	CM-Tl	CT_x1	CT_xu	CT_xa	Cn_Tbeta
-416.7052	1.2960e+10	0.0205	-0.0102	0.0209	-0.0418	0	-13.0641

# Control Longitudinal - I

- El control longitudinal es ejercido por el timón de profundidad.
  - el parámetro  $C_{M\delta}$  representa la **capacidad** de este **timón** para **cambiar** el **momento** de **cabeceo**, y por tanto para **cambiar** el **ángulo** de **ataque**
  - se le denomina **potencia** de **control longitudinal**, y según el criterio de signos definido verifica  $C_{M\delta} < 0$ :
    - una **deflexión positiva**  $\delta_e$  genera un **incremento** de **sustentación** de la cola  $\Delta L_t$ , la cual da lugar a un **momento** de **cabeceo negativo**  $M_y$ .



$$\Sigma F_x = W - L = \frac{W}{qS} - C_{L_0} - C_{L_\alpha} \alpha - C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

$$\Sigma M = 0 = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e$$

# Control Longitudinal - III

- La **posición del centro de masas**,  $x$ , influye notablemente en el equilibrio de momentos de cabeceo y por tanto en la estabilidad de un avión.
- El avión es tanto **más estable** ( $C_{M\alpha}$  tanto más negativo) cuanto **más hacia el morro se desplace el centro de masas del avión**, ya que entonces el efecto desestabilizador del ala disminuye.
- Se llama **punto neutro** a la **posición del centro de masas** que hace  $C_{M\alpha} = 0$ , y representa la **posición más retrasada** que puede **ocupar** dicho **centro de masas** para que el avión sea **estáticamente estable**.
- El **estabilizador horizontal/cannard** permite pues **equilibrar** el avión y además hacerlo **estable longitudinalmente**.
- Un avión podría **equilibrarse** sin **estabilizador** horizontal, situando **adecuadamente** su **centro de masas**, pero en tal caso sería **inestable longitudinalmente**.
- La anterior descripción del problema presupone que el estabilizador horizontal está situado detrás del ala. Sin embargo, también puede situarse delante, configuración canard, en tal caso el centro aerodinámico del ala debe estar situado *detrás* del centro de masas; en este caso el **ala** proporciona un momento **estabilizador**, y el **canard** uno **desestabilizador**.



# Estabilidad y Control Lateral - I

- Se considera un avión en vuelo horizontal, rectilíneo y uniforme, con las siguientes salvedades
- En vuelo **simétrico** y **rectilíneo**, todas las **variables lateral-direccionales** son **nulas**, por lo que no existe un problema primario de equilibrado.
- Las **superficies de mando lateral-direccional** cumplen una **misión de equilibrado secundario**:
  - cuando existen **asimetrías** (propulsivas, aerodinámicas o másicas)
  - cuando conviene volar en **condiciones de vuelo no simétrico** (por ejemplo, en el caso de aterrizaje con viento cruzado).
- El **centro de gravedad** está en el **plano de simetría**, por lo que su posición **no afecta** sensiblemente al **comportamiento** lateral-direccional del avión.
  - Puede demostrarse que los coeficientes de momento de balance y de guiñada pueden escribirse en la forma de vuelo no simétrico:

$$C_{M_x} = \frac{M_x}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} = C_{L_0} + C_{L_\beta}\beta + C_{L_{\delta_a}}\delta_a + C_{L_{\delta_r}}\delta_r \Rightarrow \text{roll moment}$$

$$C_{M_z} = \frac{M_z}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} = C_{N_0} + C_{N_\beta}\beta + C_{N_{\delta_a}}\delta_a + C_{N_{\delta_r}}\delta_r \Rightarrow \text{yaw moment}$$



# Estabilidad Estática Lateral-Direccional - 1

- Las derivadas de estabilidad de guiñada y balanceo con respecto al deslizamiento son función de:
  - **Ala**
  - **Fuselaje**
  - **Planta motora**
- La **ecuación  $C_{n\beta}$**  se puede resolver para **obtener C.G** para **guiñada** cero, todo y que **no se utiliza** este procedimiento ya que por lo general se **determina** mediante el análisis **longitudinal** y se varía el **tamaño** de la **cola vertical**.
- $C_{l\beta}$  debería ser **negativo** y con **magnitud aproximadamente** la mitad de  $C_{n\beta}$  para **velocidades subsónicas y aproximadamente igual en velocidades transónicas**.

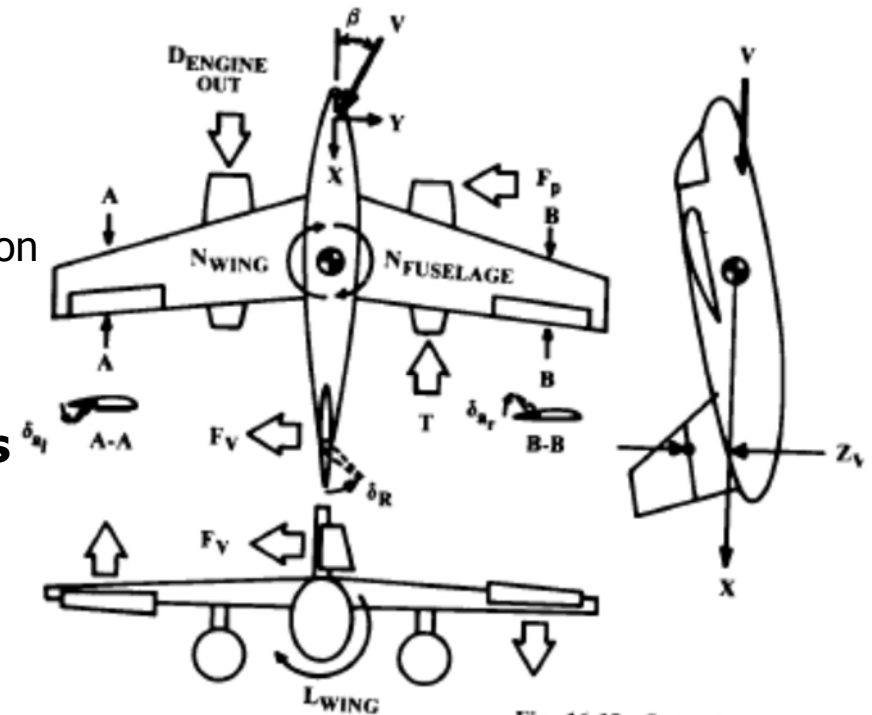
$$C_{l\beta} = C_{l\beta_w} + C_{l\beta_v}$$
$$C_{n\beta} = C_{n\beta_w} + C_{n\beta_{fus}} + C_{l\beta_v} + -\frac{F_{p\beta}}{qS_w} \frac{\partial\beta_p}{\partial\beta} (\bar{X}_{CG} - \bar{X}_p)$$

- Garantizar que un avión es estable en espiral:

$$C_{l\beta} \cdot C_{N_r} - C_{N\beta} \cdot C_{l_r} > 0$$

# Componentes de los Momentos de Guiñada - 1

- Recordando que  $C_{N\beta}$  **positivo** produce un **efecto estabilizador**
- **Sustentación lateral** del plano vertical.
- **Par del fuselaje** - generalmente negativo.
- **Deflexión del timón** de cola actúa aumentando la sustentación lateral de la cola vertical.
- **Influencia de la estela** en la cola vertical:
  - Genera un **par adicional** en la misma **dirección** en la que **gira** la **hélice**.
  - En aviones de hélice de **un solo motor** se corrige con un ángulo de **incidencia** de **1-2°**, o con el alineado de eje del motor.
- **Momento debido al ala** se puede ver como un **aumento** de la **resistencia** en el **ala** que es **más perpendicular** a la componente del flujo:
  - Para alas con **flecha positiva** este efecto es un **efecto estabilizador**.
- **Deflexión del alerón:** al **aumentar** la **sustentación** en una de las **alas** también **aumenta** la **resistencia inducida**, por lo que se genera un **par de guiñada** en la **dirección opuesta** al **momento de balanceo** (*adverse yaw*)



# Componentes de los Momentos de Guiñada - 2

## SIMPLIFICACIONES INICIALES

- Momentos de la planta propulsora son los mismo que para longitudinal:
  - **Empuje:** Está **nivelado** a **no ser** que  **falle** un **motor**.
    - Cuando **falla** un **motor**, el que queda genera un **par de guiñada enorme**, el cual es incrementado por la enorme **resistencia** de la **góndola** del **motor** que ha fallado.
  - **Fuerza vertical** producida por el **motor** al **modificar** el flujo de aire en la **entrada** de la **góndola**:
    - Par **desestabilizante** si la entrada de aires de la góndola esta **delante** del **C.G.**
  - **Propwash** y **Jetwash** es muy pequeño a no ser que la **cola vertical** se encuentren la **estela** del **motor**.

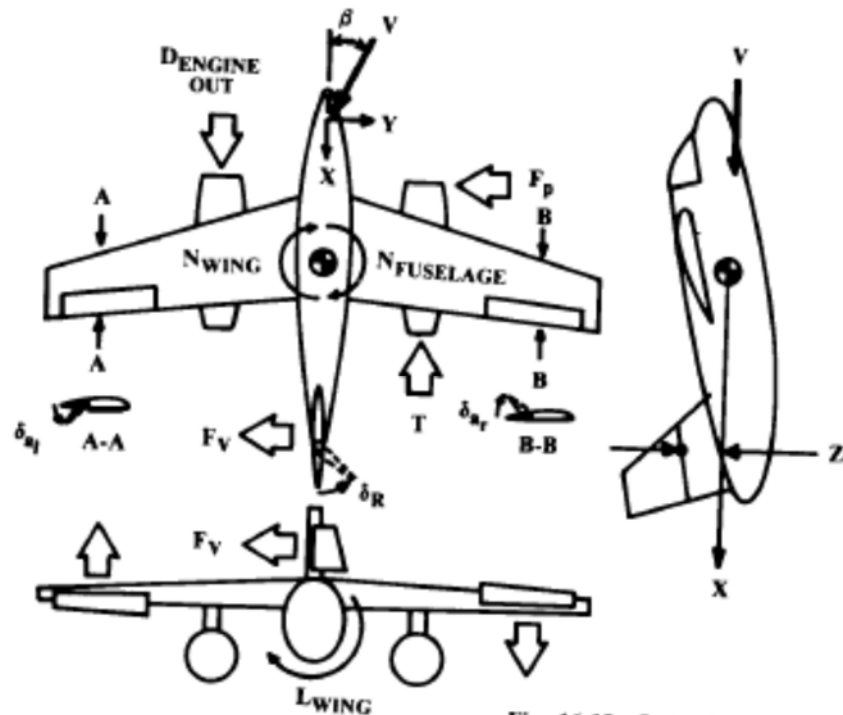


Fig. 16.19 Lateral geometry.

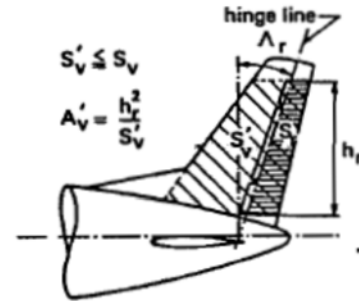
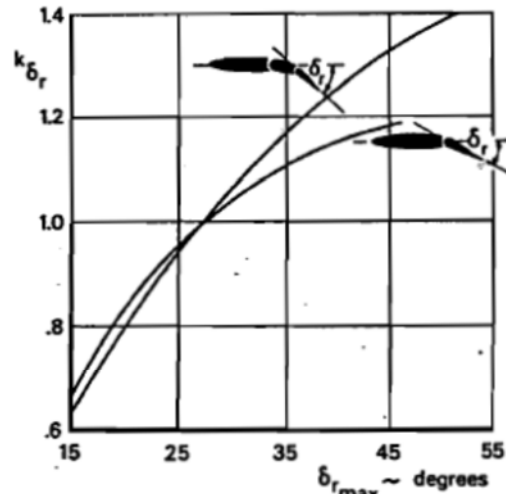
**Table 23.1** Typical Aircraft Stability and Control Data

	Learjet	B-727	T-38	Cherokee 180 Archer
Takeoff weight (lb)	13,500	152,000	11,250	2450
Empty weight (lb)	7,252	88,000	7,370	1390
Wing area (ft <sup>2</sup> )	232	1,560	170	156
Span (ft)	34.2	106	25.25	30
Aspect ratio	5.02	7.2	3.75	5.71
Wing sweep $c/4$ (deg)	0	35	24	0
mac (ft)	7.04	15	7.73	5.25
Vertical tail area (ft <sup>2</sup> )	37.4	15,356	7.73	11.4
Horizontal tail area (ft <sup>2</sup> )	54.0	376	59.0	25
Derivatives at Mach = 0.8				At Mach = 0.19
C.G. location (% mac)	32	25	19	19
$C_{M_0}$	0.06	-0.042	—	-0.07
$C_{L_{\delta_D}}$ (per radian)	0.6	0.4	—	—
$C_{M_{\alpha}}$ (per radian)	-0.7	-1.5	-0.16	-0.32
$C_{M_{\delta_D}}$ (per radian)	-1.6	-1.3	-0.13	-1.1
$C_{L_{\delta_D}}$ (per radian)	0.015	—	—	—
$C_{L_{\delta_r}}$ at $C_L = 1.1$ (per radian)	0.007	0.017	—	—
$C_{n_{\beta}}$ (per radian)	0.12	0.08	0.28	0.092
$C_{n_{\delta_r}}$ (per radian)	-0.074	-0.098	—	-0.06
$C_{M_q}$ (per radian)	-14	-24	-8.4	-12
$C_{l_p}$ (per radian)	-0.5	-0.30	-0.35	-0.47
$C_{l_{\beta}}$ (per radian)	-0.1	-0.13	-0.075	-0.107
$I_{xx}$ (10 <sup>4</sup> ) (slug-ft <sup>2</sup> )	3	92	1.48	0.107
$I_{yy}$ (10 <sup>4</sup> ) (slug-ft <sup>2</sup> )	1.9	300	2.82	0.1249
$I_{zz}$ (10 <sup>4</sup> ) (slug-ft <sup>2</sup> )	5	380	2.9	0.2312

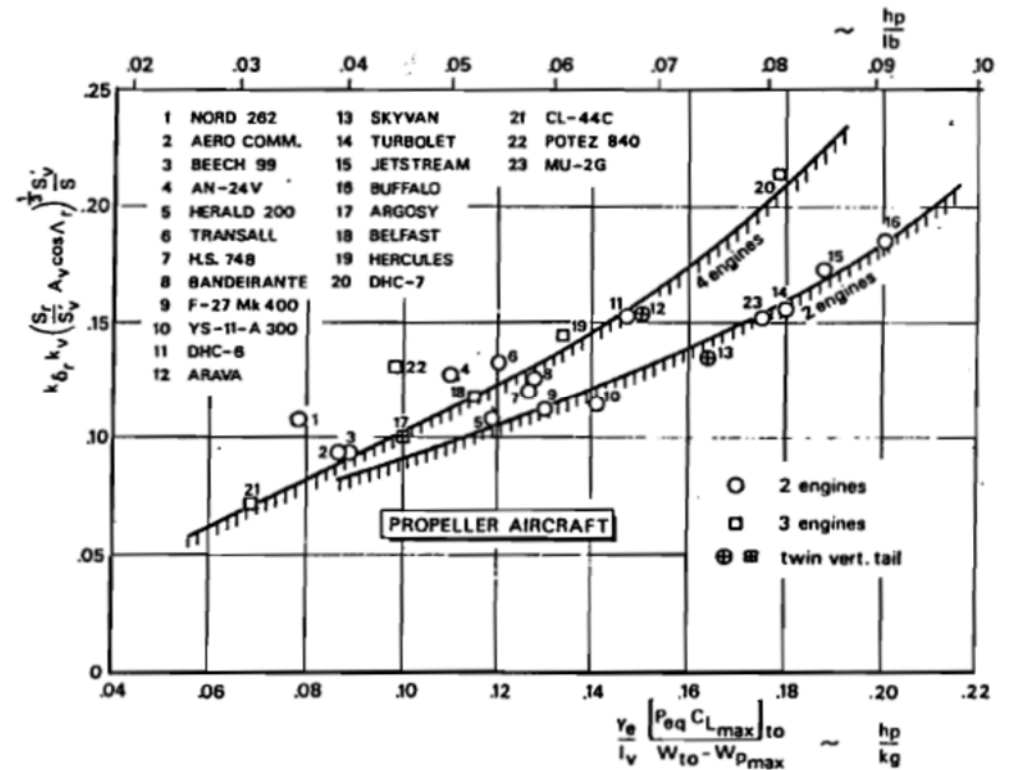
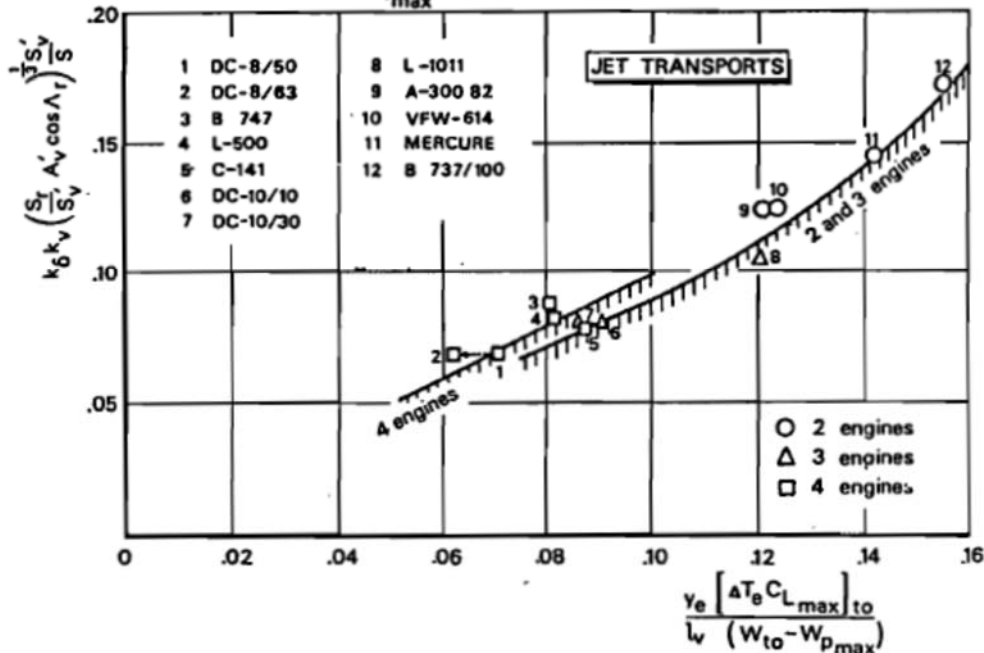


# Estimación Plano Vertical - 1

## Estimación rápida del tamaño de la deriva vertical para aviones en configuración multi-motor en alas

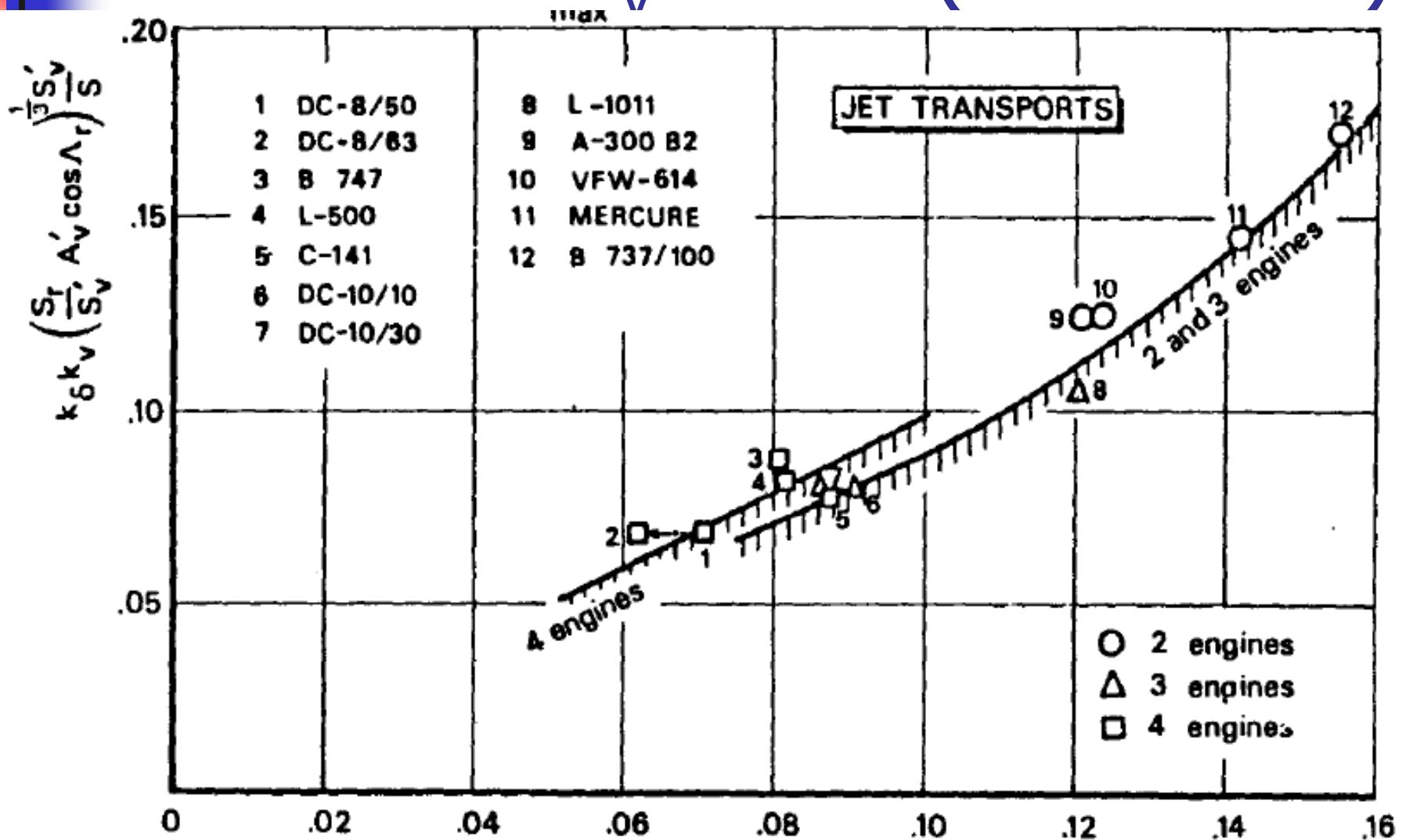


$k_v = 1.1$ , T tail  
 = 1.0, all other configurations





# Estimación $S_v$ – JET (motor-ala)



$W_{p_{max}}$

- Maximum Payload Weight (structural limit)

$W_{to}$

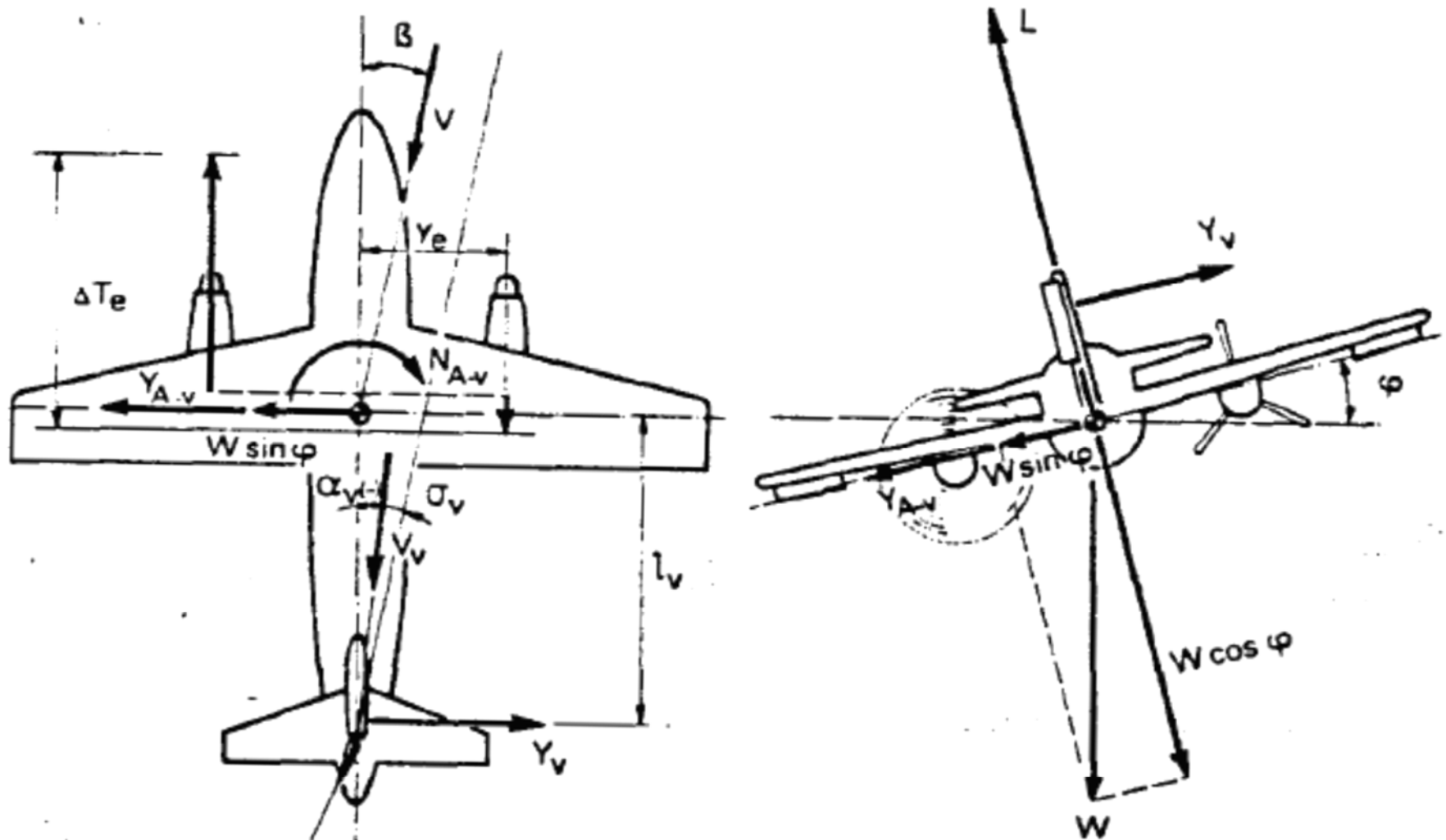
- Maximum Takeoff Weight

$y_e$

- yawing moment arm of critical engine

$$\frac{y_e [\Delta T_e C_{L_{max}}]_{to}}{l_v (W_{to} - W_{p_{max}})}$$

# Geometry Definition - II



Empuje motor asimétrico

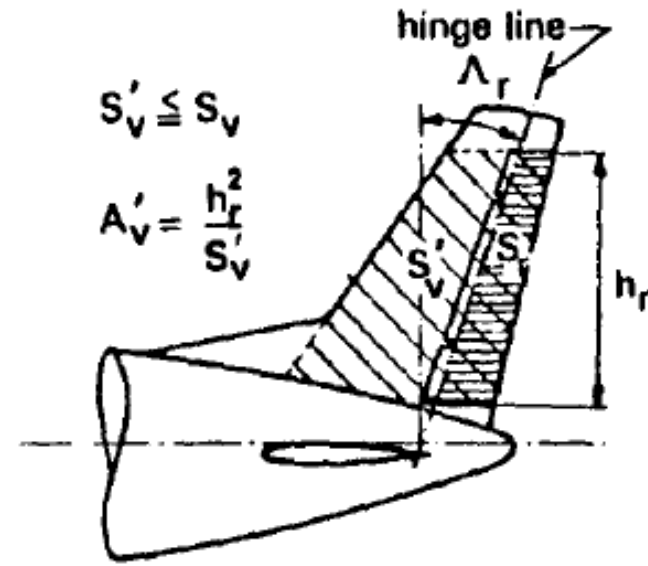
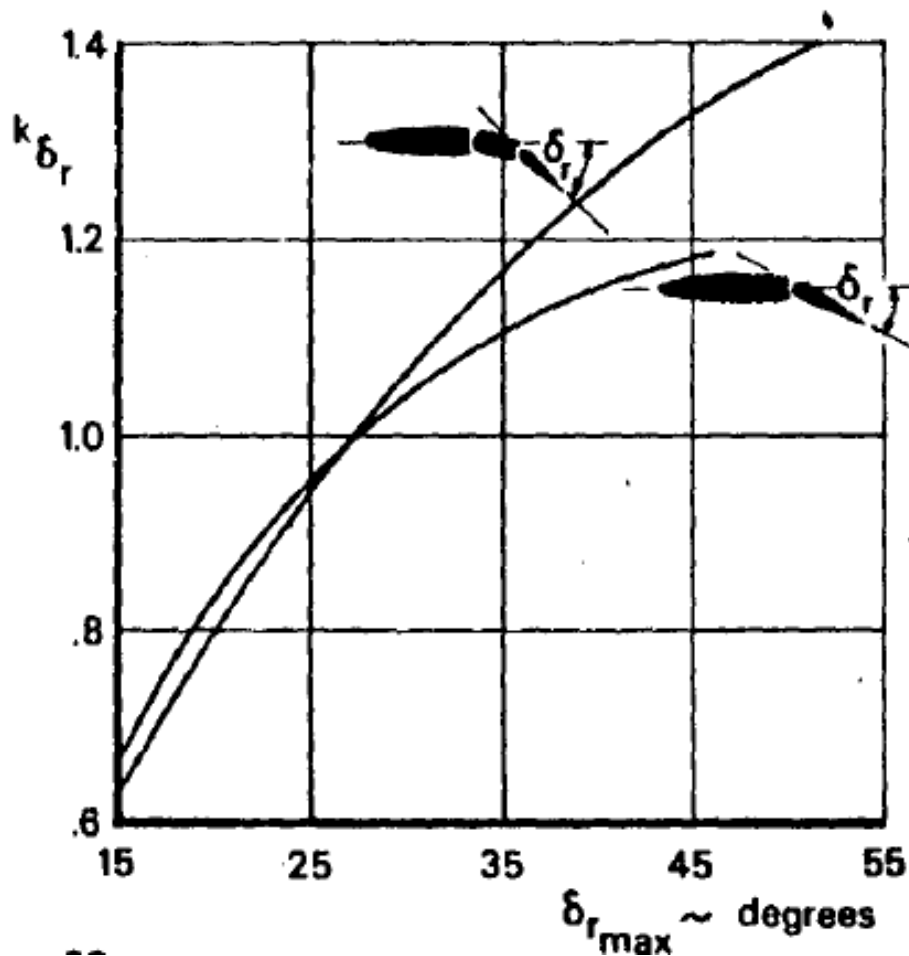
$$\frac{y_e}{l_v} \left[ \frac{\Delta T_e C_{L_{max}}}{W_{to} - W_{p_{max}}} \right]_{to}$$

Potencia motor asimétrico

$$\frac{y_e}{l_v} \left[ \frac{P_{eq} C_{L_{max}}}{W_{to} - W_{p_{max}}} \right]_{to}$$



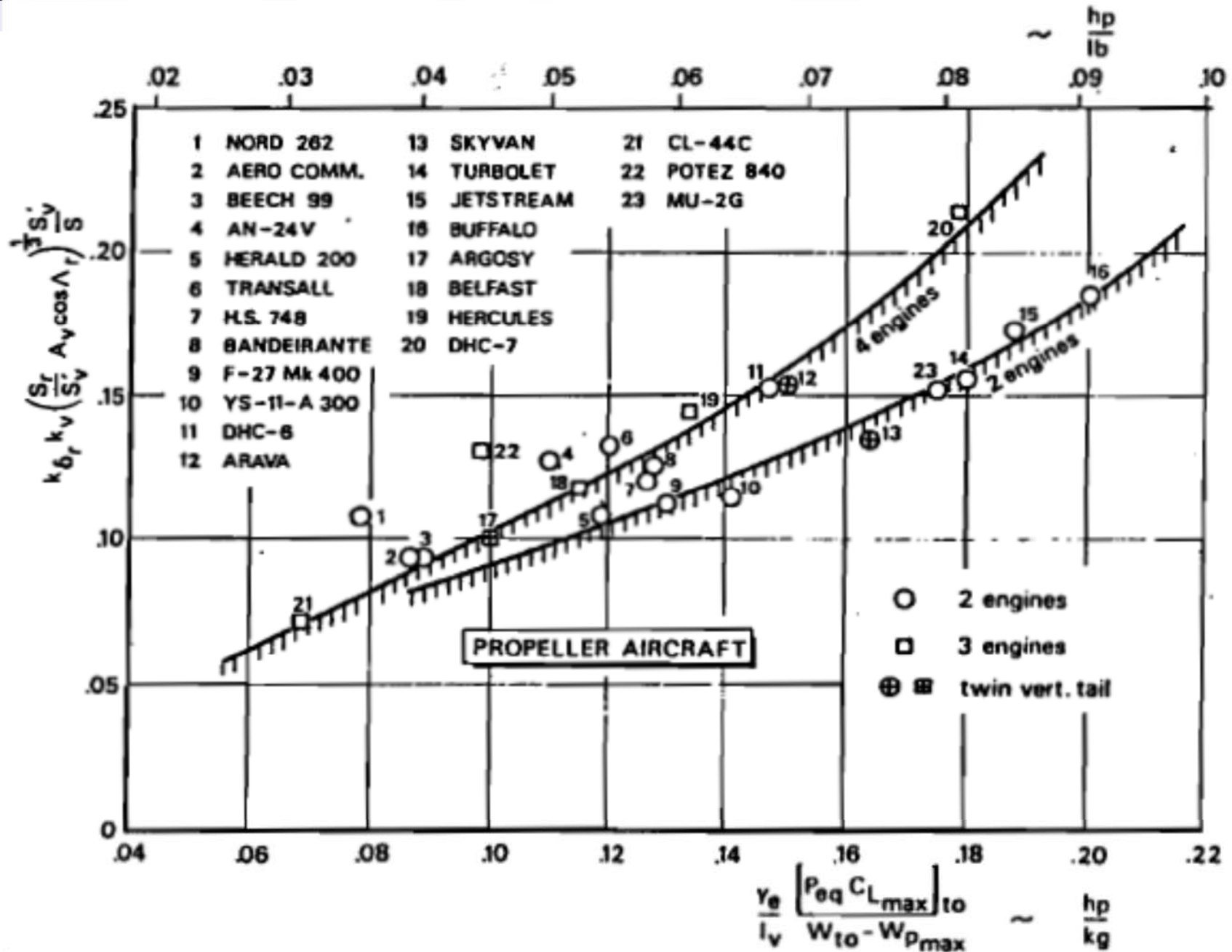
$$k_{\delta} k_v \left( \frac{S_r}{S_v} A'_v \cos \Lambda_r \right)^{\frac{1}{3}} \frac{1}{S_v}$$



$k_v = 1.1$ , T tail  
 = 1.0, all other configurations

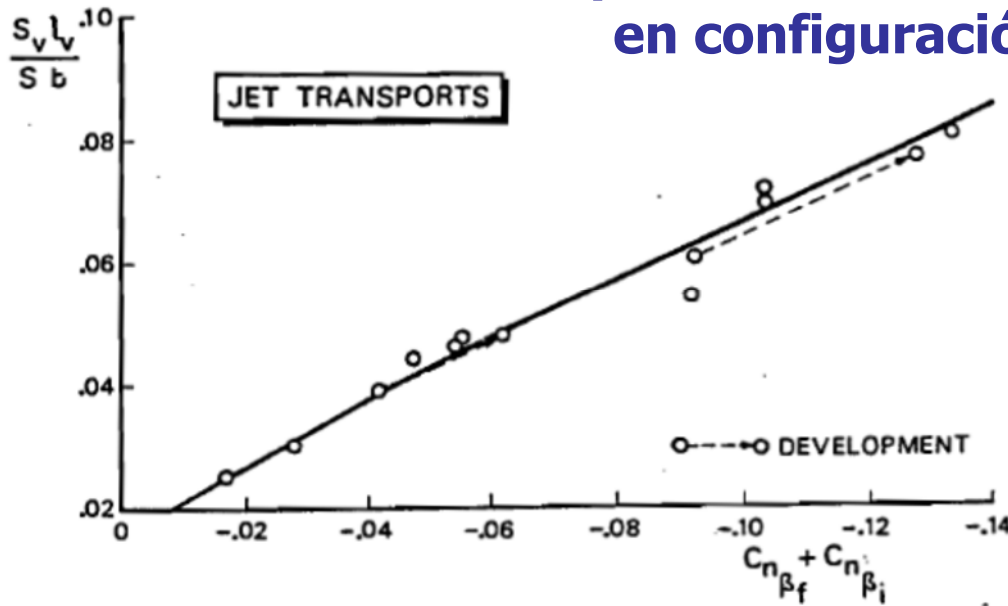
asumir  $\delta_{max} = 25^\circ$

# Estimación $S_v$ – PROP (motor-ala)



# Estimación Plano Vertical - 3

## Estimación rápida del tamaño de la deriva vertical para aviones en configuración motor en fuselaje



$$C_{n_{\beta_f}} = k_{\beta} \frac{S_f l_f}{S \cdot b} \left( \frac{h_{f_1}}{h_{f_2}} \right)^{1/2} \left( \frac{b_{f_1}}{b_{f_2}} \right)^{1/3}$$

$$k_{\beta} = 0.3 \frac{l_{cg}}{l_f} + 0.75 \frac{h_{f_{max}}}{l_f} - 0.105$$

$$\frac{l_f}{h_{f_{max}}} \geq 3.5$$

$$C_{n_{\beta_p}} = -0.053 B_p \Sigma \frac{l_p \cdot D_p^2}{S \cdot b}$$

$$\Delta C_{n_{\beta_i}} \Rightarrow \begin{cases} -0.017 \Rightarrow \text{high wing} \\ +0.012 \Rightarrow \text{mid wing} \\ +0.024 \Rightarrow \text{low wing} \end{cases}$$

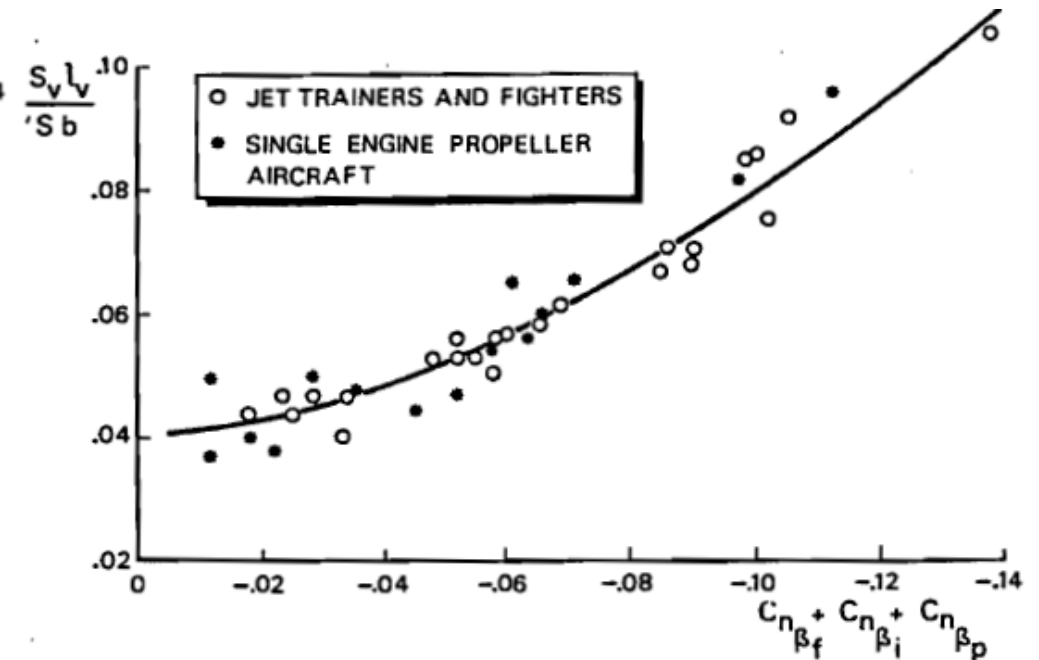
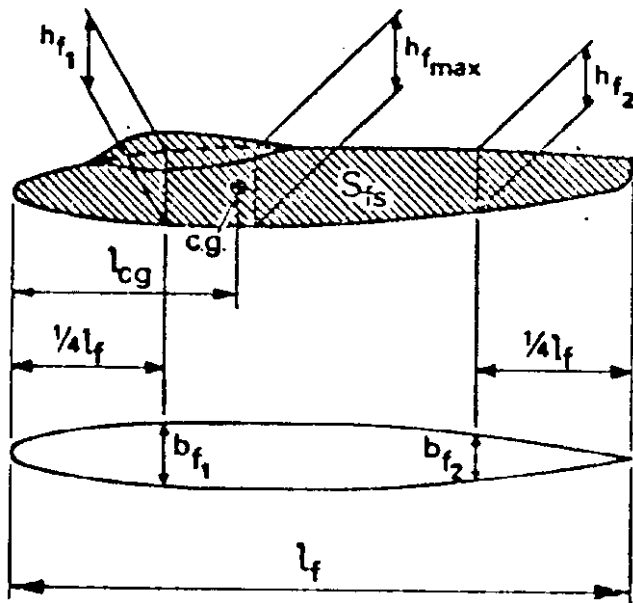
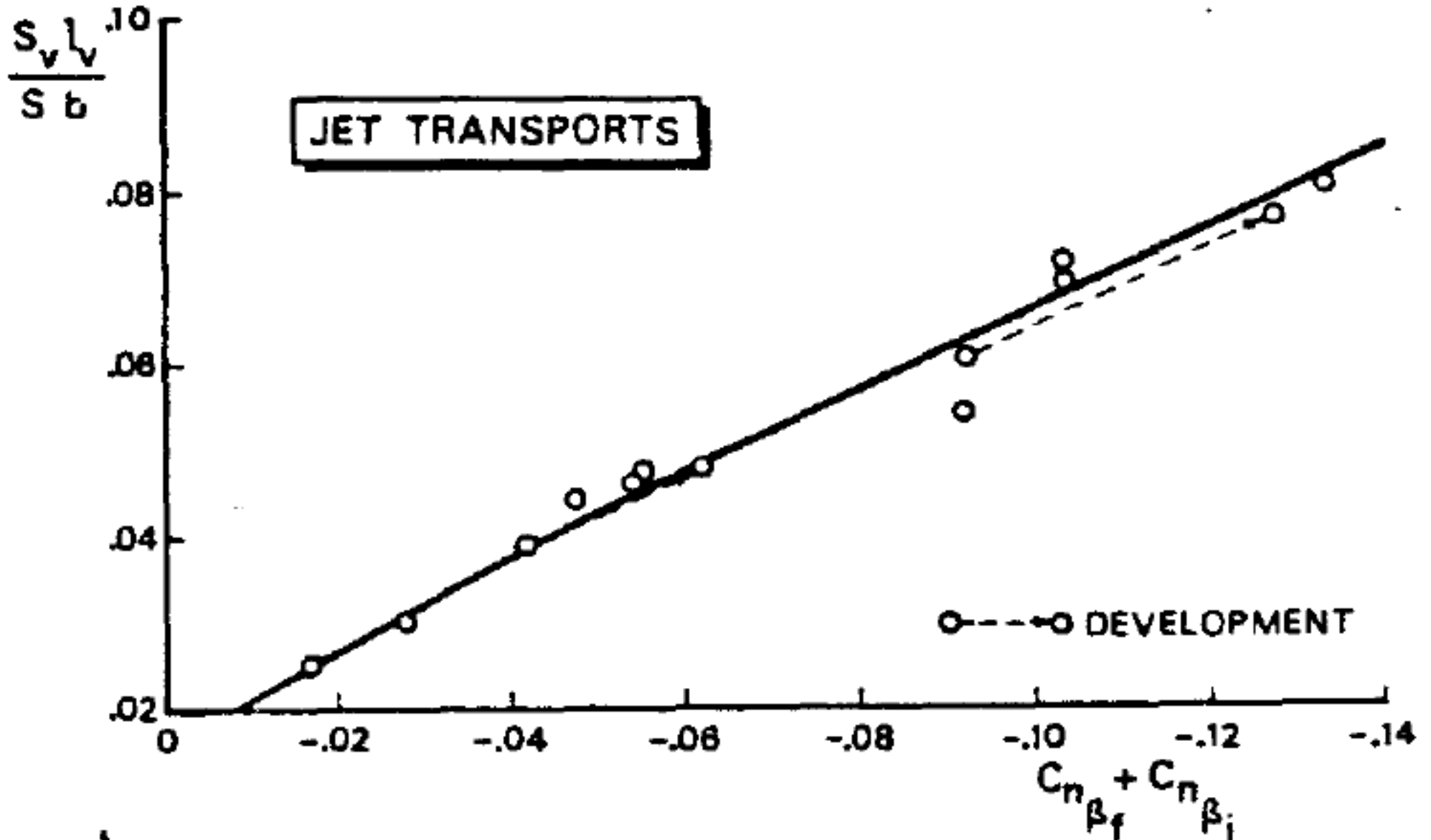
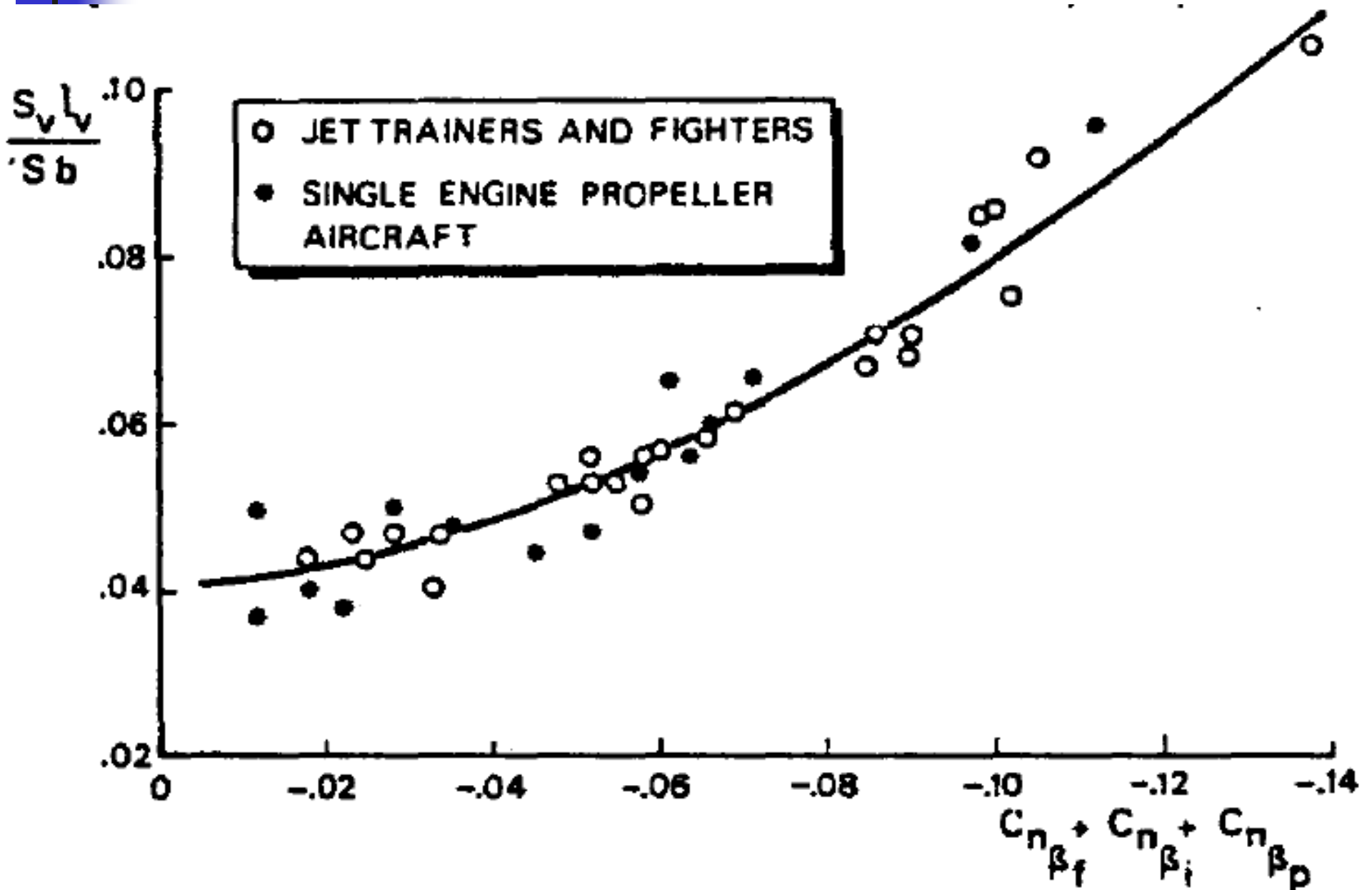


Fig. 9-24. Rapid estimation of vertical tail volume for aircraft with fuselage-

# Estimación $S_v$ – JET (motor-fuselaje)



# Estimación $S_v$ – PROP (motor-fuselaje)



# Estimación rápida del tamaño de la deriva vertical para aviones en configuración motor en fuselaje

$C_{n\beta}$  → Estimación rápida – No valor real

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_f} + C_{n\beta_i} + C_{n\beta_p}$$

$$C_{n\beta_f} = -k_\beta \frac{S_{fs} l_f}{S \cdot b} \left( \frac{h_{f1}}{h_{f2}} \right)^{1/2} \left( \frac{b_{f2}}{b_{f1}} \right)^{1/3}$$

$$\frac{l_f}{h_{f_{max}}} \geq 3.5$$

$$k_\beta = 0.3 \frac{l_{cg}}{l_f} + 0.75 \frac{h_{f_{max}}}{l_f} - 0.105$$

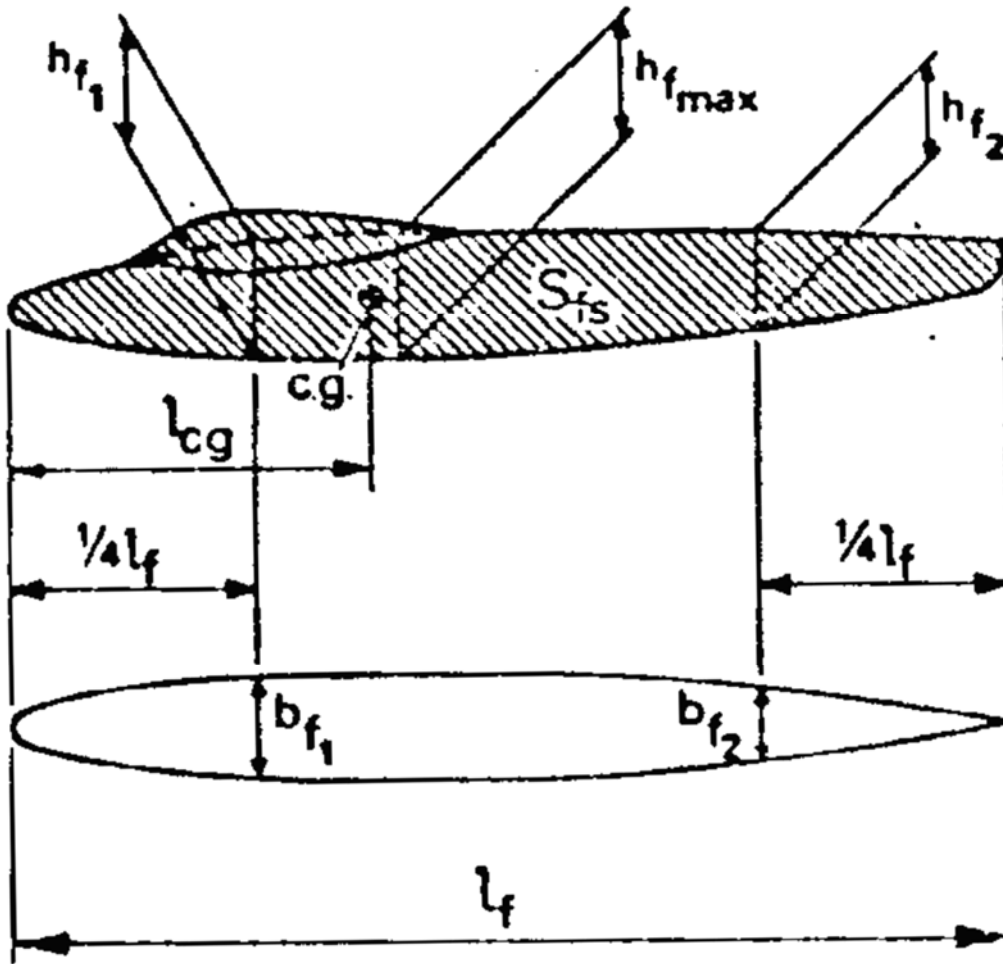
$$C_{n\beta_p} = -0.053 B_p \Sigma \frac{l_p \cdot D_p^2}{S \cdot b}$$

$B_p$  – number of blades per propeller

$D_p$  – diameter of propeller

$l_p$  – distance from Xcg to prop of propeller

$$\Delta C_{n\beta_i} \Rightarrow \begin{cases} -0.017 \Rightarrow \text{high wing} \\ +0.012 \Rightarrow \text{mid wing} \\ +0.024 \Rightarrow \text{low wing} \end{cases}$$





Aircraft type	Design Dive Speed'		$\frac{S_h}{S}$	$A_h$	$\lambda_h$	$\Lambda_h$ deg.	Airfoil Section root/tip	Average t/c z	Tail Type *	$i_{max}$		$\frac{S_{h1}}{S_c}$	$\Gamma_h$ deg.	$\frac{S_e}{S_h}$	Hinge Pos. z c <sub>h</sub>	Balance Ratio z c <sub>e</sub>	$\delta_{e_{max}}$		Tabs **
	$V_D$ kts EAS	$M_D$								+	-						+	-	
Wright Flyer (1903)	-	-	.163	5.72	1	0	curved "plates"	few	M	-	-	-.357	0	0	-	-	-	-	-
Scottish Aviation Pup			.229	4.40	1	0		12	F	-	-	.730	0	.377	60	-	25	27	T
Cessna 177			.202	4.00	1	0	NACA 0012/0009	10.5	M	-	-	.600	0	0	25	-	-	-	S
Aérospatiale N-262	260	-	.285	3.84	.568	8.2	23015 mod. inv.	15	F	-	-	1.015	0	.242	75	31.1/36.2	-	-	T/S
Fokker-VFW F-27 Mk200	288	.51	.229	6.00	.400	0	NACA 63A-014 mod.	14	F	-	-	.962	6	.198	78	42.7	22	25	T
Lockh. Hercules C-130B	325	.64	.313	5.20	.358	7.5	NACA 23012 inv.	12	F	-	-	1.000	0	.332	65	-	15	40	T/S
Lockh. Electra 188A		.711	.246	5.25	.335	8.6			F	-	-	.800	8.5	.247	65	-	15	30	T
Bristol Britannia 310	301	-	.282	5.14	.500	6	RAF 30 mod.	13	F	-	-	1.040	0	.300	66	30	15	35	T/S
Cessna Citation 500			.260	5.20	.500		NACA 0010/0008	9	F	-	-	.755	9	.310	67	-	-	-	-
Hawker Sidd. HS-125/400B	370	.825	.283	4.00	.580	19.6		10	F	-	-	.677	0	.408	58.7	25	9	24	-
Aérospat. SN-600 Corvette			.237	4.79	.523	28.6	neg. cambered	9	V	2.5	7.5	.640	0	.320	64	-	15	25	S
Yakovlev YAK40			.207	4.33	.430	11.5		10	V	3.0	6.0	.621	0	.377	70	-	25	25	-
VFW-Fokker 614	330	.74	.281	4.50	.400	20			V	1.5	12.0	.834	10.5	.273	67	-	20	25	T
Fokker-VFW F-28 Mk1000	390	.83	.255	3.83	.480	27.5	NACA mod.	10.45	V	2.67	8.33	.972	0	.197	78	45	15	25	T
Aérospat. Caravelle 10-R	375	.87	.204	4.03	.326	30	NACA 65-011	11	F	-	-	.995	0	.235	75	-	12	30	-
BAC-111/200-400	410	.86	.256	3.38	.600	25		10	V			.908	0	.274	65	41		25	S
McDonnell Douglas DC-9 project		.89	.242	4.21	.310	32	DSMA; 9.5Z/8Z	8.75	V	2	10	.941	0	.280	70	35	15	25	S
McDonnell Douglas DC-9/10		.89	.295	4.93	.352	31.6		8.7	V	1	9	1.147	0	.280	70	35	15	25	S
Boeing 737/100	398	.89	.319	4.16	.380	30	12Z/9Z	10.5	V			1.140	7	.224	75	-	20	20	S
Boeing 727/100		.95	.221	3.40	.400	35		8.5	V	4	12.5	.902	-3	.230	75	-	16	26	S
Boeing 727/200		.95	.221	3.40	.400	35		8.5	V	0	12	1.062	-3	.230	75	-	16	26	S
Dassault Mercure			.275	3.79	.360	32.5		8?	V			1.050	0	.251	75	-	-	-	-
Airbus A-300B	420	.90	.267	4.13	.500	32.5			M	3	12	1.068	6	.295	70	-	-	-	-
Boeing 707/320		.95	.216	3.37	.421	35	BAC-317	11.6	V	0.5	14	.630	7	.251			15	25	T/S
McDonnell Douglas DC-8 proj		.95	.215	4.04	.329	35	DSMA-89/-90	8.75	V	2	10	.626	10	.225	75	35	10	25	S
McDonnell Douglas DC-8/10		.95	.203	4.04	.329	35	DSMA-89/-90	8.75	V	2	10	.590	10	.225	75	35.2	16.5	27	S
Lockheed L-1011 Tristar	435	.95	.371	4.00	.333	35		8	V	0	14	.928	3	.215	77	-	0	25	-
McDonnell Douglas DC-10/10		.95	.346	3.78	.375	35		9	V	5	15	.855	10	.235	75	30	8.5	11	-
Boeing 747/100-200	445	.97	.267	3.60	.264	37		9	V	3	12	1.000	8.5	.185	77	31	17	23	T
Lockheed C-5A	410	.875	.156	4.89	.364	24.5		10	V	4	12	.700	-4.5	.268	65	30	10	20	-

\* F = fixed; M = all-flying; V = variable incidence

\*\* S = servo tab; T = trim tab

Table 9-2. Horizontal tailplane design data



Aircraft type	V <sub>D</sub> kts EAS	M <sub>D</sub> -	V <sub>MC</sub> kts EAS	Max. cross-wind kts	S <sub>v</sub> S	Λ <sub>v</sub>	Λ <sub>v</sub> deg.	Airfoil Section root / tip	Average τ/c %	S <sub>v</sub> l <sub>v</sub> S <sub>b</sub>	S <sub>r</sub> S <sub>v</sub>	Hinge Position root/tip Z c <sub>v</sub>	Balance Ratio Z c <sub>r</sub>	+δ <sub>r</sub> max. deg.	Tabs *	Remarks
Wright Flyer (1903)					.045	2.91	0	"flat plates"	-	.0133	1	30	42.8			biplane in front
Scottish Aviation Pup				30	.182	.89	33		12	.0750	.350	64		25	T	Horn balance
Cessna 177				20	.107	1.41	35	NACA 0009/0006	7.5	.0411	.368	60				
Scottish Av. Jetstream		.60	85		.212	1.44	43			.0820	.350	65				Horn balance
Aérospatiale N262	260		90	30	.184	1.60	9.5	NACA 0012 mod.	12	.0763	.270	68	31.2		T/C	
Fokker-VFW F 27 Mk 200	288	.51	78	30	.203	1.55	3.3	NACA 63A-015 mod.	15	.0765	.218	76	44.6	20	T/C	
Lockheed Hercules C-130E	325	.64	93.5		.180	1.84	18.8	NACA 64A-015	15	.0575	.239	75		35	T/C	
Lockheed Electra 188A		.711	110		.145	1.93	14.0	NACA 0012	12	.0707	.250	69	25.8	+23.5 -30	T	
Bristol Britannia 310	300				.197	1.65	10	RAF30 mod.	13	.0774	.225	60/67	30	25	T/S	δ <sub>r</sub> + 16° for CL-44
Aérospat. Corvette SN-600			90		.177	.88	50.3		9	.0720	.250	72	25	30	T	
Cessna Citation 500					.191	1.58	33.0	NACA 0012/0008	10	.0806	.220	75			T	
Hawker Siddeley HS-125/400	370	.825	90		.161	1.19	52		11.5	.0548	.197	72	25	28.5	T	Approx. T-tail
Yakovlev YAK-40					.162	.81	47.5		10	.0442	.222	78		30	T	T-tail
VFW-Fokker 614	330	.74			.174	1.28	32.4			.0682	.321			35	T/S	
Fokker-VFW F 28 Mk1000	390	.83	71	25	.203	1.00	40	NACA mod.	10.15	.0910	.187	78	30	33		T-tail
Aérospat. Caravelle 10.R	375	.87			.106	1.24	37.9	NACA 65-011	11	.0379	.258	76/40		24		
BAC-111/200,400	410	.86		30	.132	.91	41.0		12.5	.0482	.254	70	30			T-tail
McDonnell Douglas DC-9/10		.89			.192	.95	43.5	DSMA	11	.0810	.270	68	35	30	T/C	T-tail
Boeing 737/100	400	.89			.268	1.88	35		12	.1117	.250	75			T	
Dassault Mercure					.232	1.96	35		9	.1025	.221	71.5				Split rudder
Boeing 727/100		.95			.238	.78	55		9	.0905	.168	80				T-tail
Airbus A-300B	420	.90	103		.204	1.62	40		12.5	.1020	.248	70				
Boeing KC-135					.143	1.49	31		10	.0628	.250	65		20	S	
Boeing 707/120			107.5		.148	1.62	31		10	.0656	.282	65		25	S	
Boeing 707/320B		.95	122		.144	1.81	31		10	.0626	.242	65		25	S	
McDonnell Douglas DC-8/10,50	405	.95	<V <sub>LOF</sub>	34	.122	1.91	35	DSMA-111/-112	9.85	.0494	.269	65	37.2	32.5	C	
BAC VC-10/1101	380	.94			.142	1.10	38.5			.0453	.251					T-tail
Lockh. Tristar L-1011/1	435	.95		30	.231	1.83	35		10	.0830	.161	70				
McDonnell Douglas DC-10/10		.95		30	.221	1.92	40	~12Z/~10Z	11	.0811	.145	62		23/46.5		Tandem rudder
Boeing 747/100,200	445	.97	103/138	30	.196	1.38	44			.0990	.173	77	42	25	T	Split rudder
Lockheed C-5A	410	.875		43	.191	.84	34.9			.0951	.191					T-tail

\*C = control tab; S = servo tab; T = trim tab

T e 9-3. Vertical tailplane design dat

# Dimensionado Estabilizador Vertical

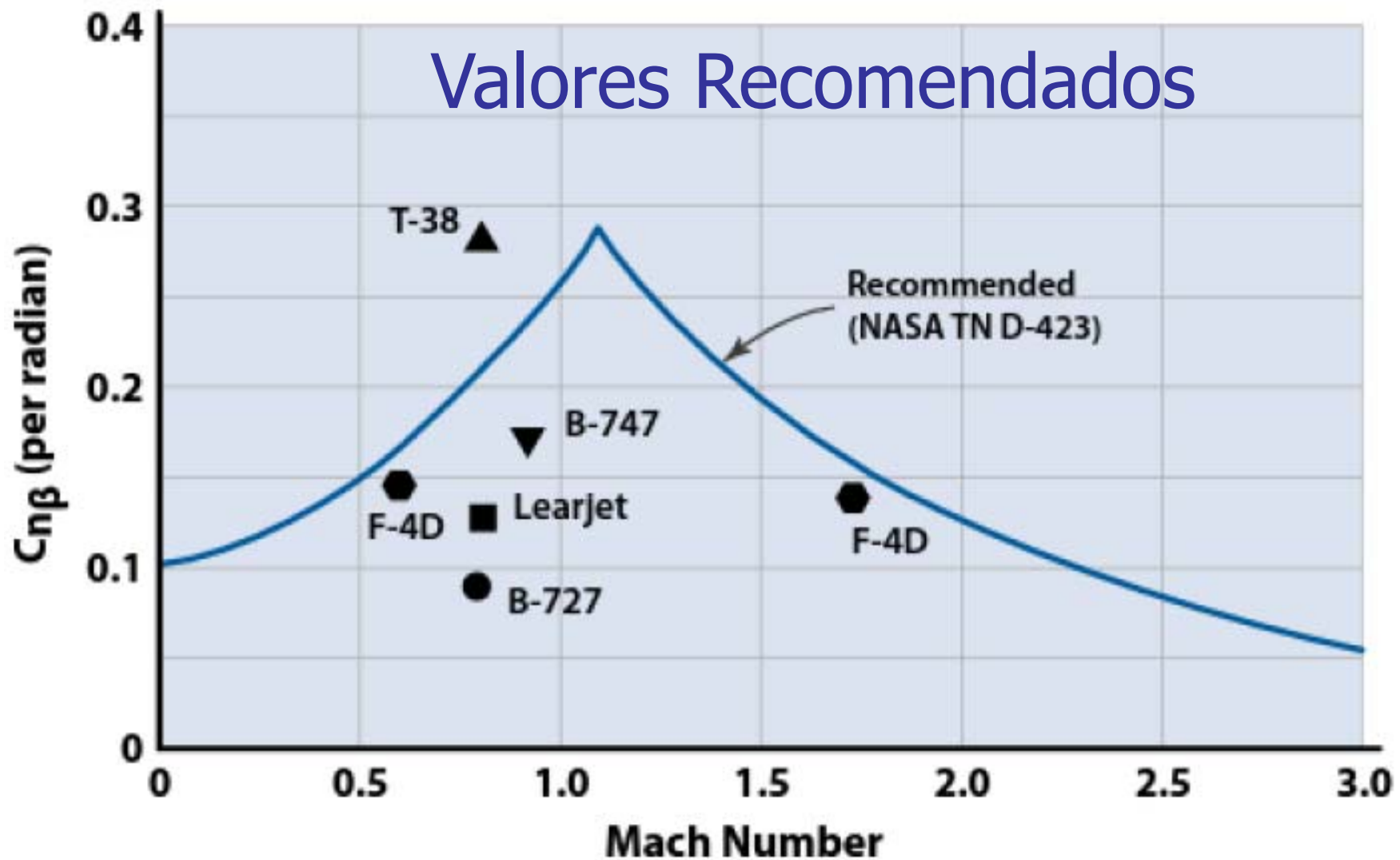


Figure 23.4 Recommended  $C_{n\beta}$  values.

# Estabilidad Estática Direccional - I

## Estabilidad Estática Direccional

Componente propulsiva – fallo motor

$$C_n = \frac{N}{qS_w b} = C_{n\beta_w} \beta + C_{n\delta_a} \delta a + C_{n\beta_{fus}} \beta + C_{n\beta_v} \beta - \frac{T \bar{Y}_p}{qS_w} - \frac{D \bar{Y}_p}{qS_w} - \frac{F_p}{qS_w} (\bar{X}_{cg} - \bar{X}_p)$$

Ala, fuselaje y plano vertical

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_w} + C_{n\beta_{fus}} + C_{n\beta_v} - \frac{F_{p\beta}}{qS_w} \frac{\partial \beta_p}{\partial \beta} (\bar{X}_{cg} - \bar{X}_p)$$

### Contribución Ala

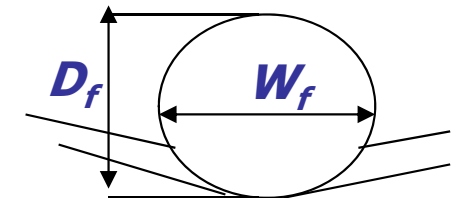
$$C_{n\beta_w} = C_L^2 \left\{ \frac{1}{4\pi A} - \left[ \frac{\tan \Lambda}{\pi A (A + 4 \cos \Lambda)} \right] \left[ \cos \Lambda - \frac{A}{2} - \frac{A^2}{8 \cos \Lambda} + \frac{6(\bar{X}_{acw} - \bar{X}_{cg}) \sin \Lambda}{A} \right] \right\}$$

$\Lambda$  = Flecha del ala c/4

A = Aspect Ratio

$$C_{n\beta_{fus}} = -1.3 \frac{\text{volume}}{S_w b} \left( \frac{D_f}{W_f} \right)$$

Fuselaje (góndola)  
profundidad  
y anchura



### Contribución Fuselaje

# Estabilidad Estática Direccional - II

Tail contribution.

$$(C_{n\beta.v})_{fix} = k a_v \left( 1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right) \eta_v \bar{V}_2$$

$$\bar{V}_2 = \frac{S_v l_v}{S b}$$

$$\left( 1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right) \eta_v = 0.724 + \frac{3.06 S_v / S}{1 + \cos \Lambda_{c/4}} + \frac{0.4 z_w}{d_{f,max}} + 0.0009 A$$

$d_{f,max}$  is the maximum fuselage depth,  
 $A$  the wing aspect ratio,  
 wing quarter chord sweep,  
 $z_w$  is the vertical distance:  
 $a_v$  lift-curve slope of the vertical tail

Contribución Deriva Vertical

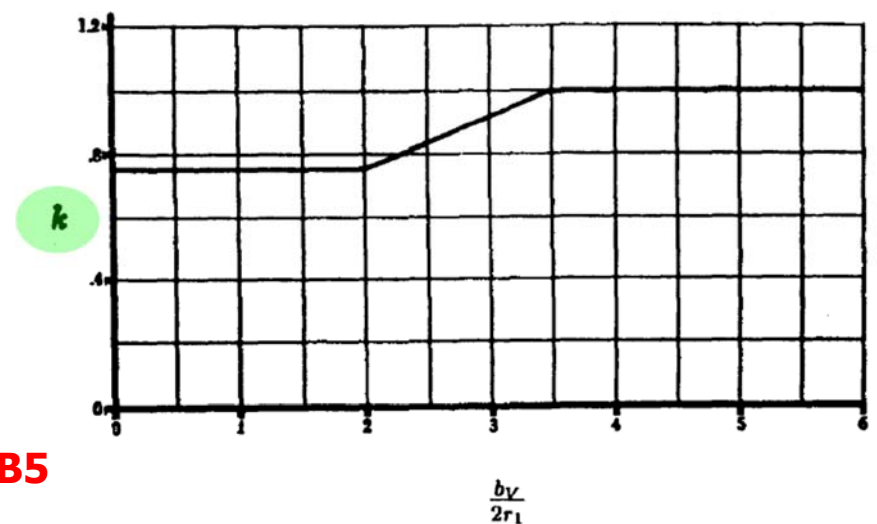
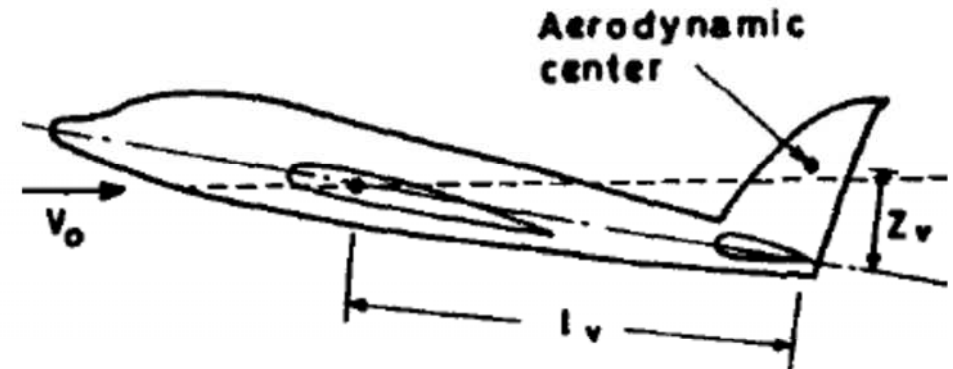
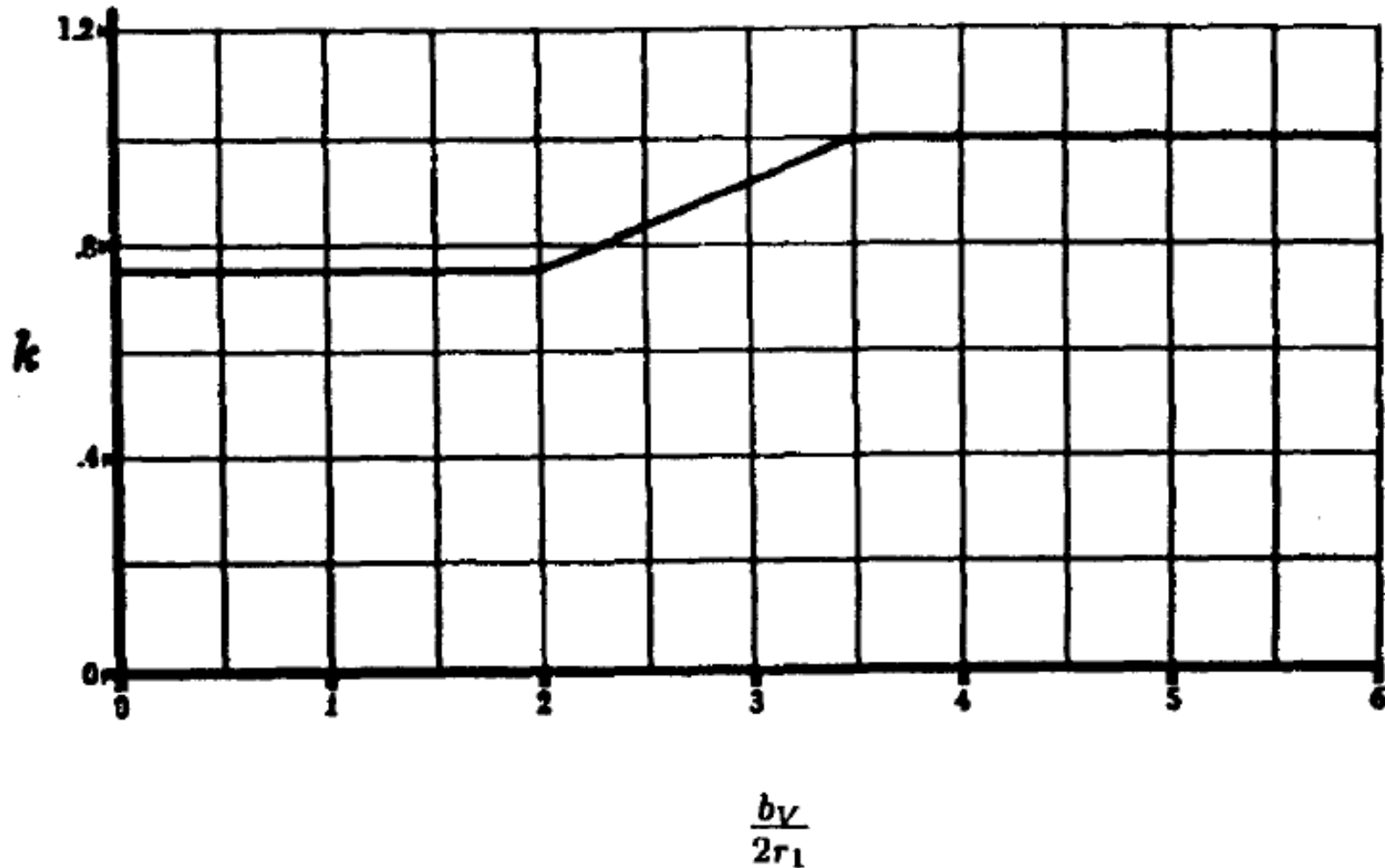


Fig B5

# Fig B5



**Fig. 3.75 Empirical parameter  $k$  as a function of  $b_v/2r_1$  (Ref. 1).**

$b_v$  vertical tail span measured up to the fuselage centerline

$r_1$  es average radius of the fuselage sections underneath the vertical tail



# Dimensionado Timón Dirección

- Timón de dirección tiene que ser lo suficientemente potente para mantener control direccional para:

- Fallo de motor: Velocidad  $1.2 V_{TO}$  mantener  $\beta=0^\circ$

$$N_{power} = -(D_e + T) \ell_e$$

(negative moment as shown)

$$C_n = 0 = -\frac{N_{power}}{q_\infty S_{ref} b} + C_{n\delta_r} \delta_r$$

- Mantener velocidad en línea recta para vientos cruzados de  $0.2 V_{TO}$  con  $\beta=11.5^\circ$
- Deflexión de timón de profundidad  $\pm 20^\circ$

- El área de timón de dirección se obtiene resolviendo por  $\tau$ 
  - Elegir el valor máximo para fallo motor o viento cruzado

$$C_n = 0 = C_{n\beta} \beta + C_{n\delta_r} \delta_r$$

$$C_{N\delta_r} = -0,9 C_{L\alpha_V} \bar{V}_{VT} \tau$$

$$\bar{V}_{VT} = (\ell_{VT} S_{VT} / b S_{ref})$$

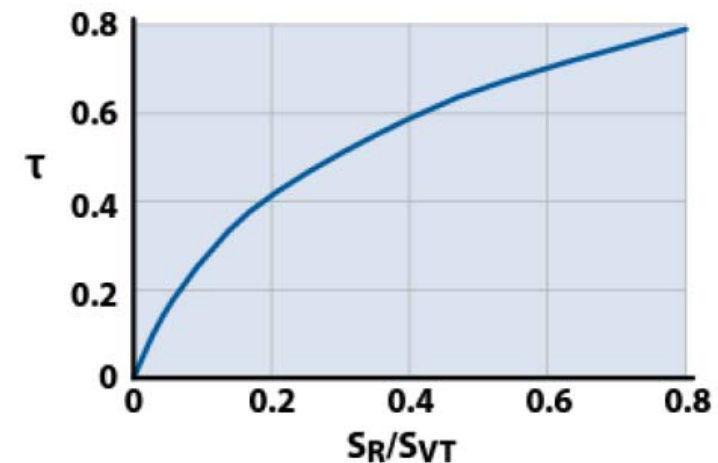
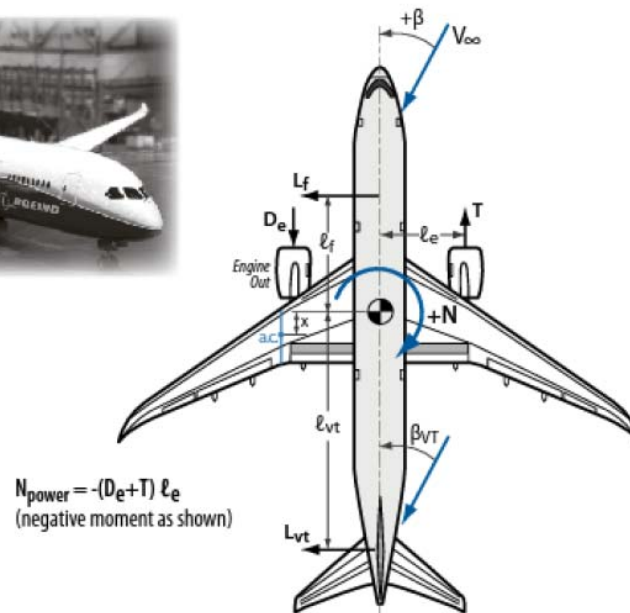
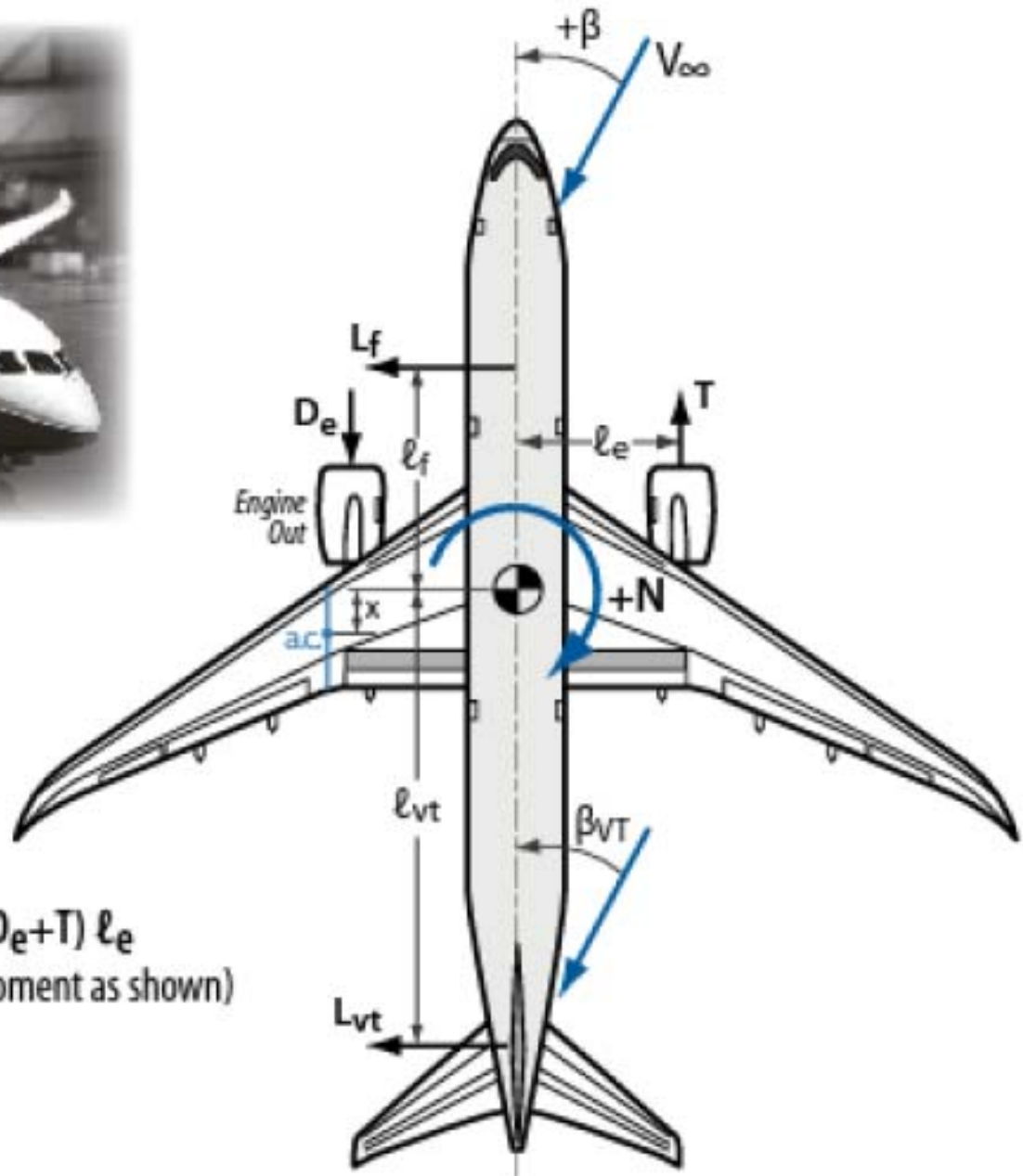


Figure 21.14 Rudder effectiveness chart (from data in Fig. 9.10).



$$\bar{V}_{VT} = (l_{VT} S_{VT} / b S_{ref})$$

$$N_{power} = -(D_e + T) l_e$$

(negative moment as shown)



# Equilibrado Lateral-Direccional - I

## Vuelo rectilíneo y contante

$$- mgsin\phi_1 \cos\gamma_1 = (C_{y\beta}\beta_1 + C_{y\delta_a}\delta_{a_1} + C_{y\delta_r}\delta_{r_1})\bar{q}_1 S + F_{y_{T_1}}$$

$$0 = (C_{l\beta}\beta_1 + C_{l\delta_a}\delta_{a_1} + C_{l\delta_r}\delta_{r_1})\bar{q}_1 S b + L_{T_1}$$

$$0 = (C_{n\beta}\beta_1 + C_{n\delta_a}\delta_{a_1} + C_{n\delta_r}\delta_{r_1})\bar{q}_1 S b + N_{T_1}$$

Componente de empuje asimétrico

Sin asimetrías propulsivas, y con la línea de empuje neto pasa por el Xcg

$$L_{T_1} = N_{T_1} = F_{T_{y_1}} = 0 .$$

Fallo de motor crea aumento de resistencia



Momento de guiñada adicional

$$N_{T_1} + \Delta N_{D_1} \approx (F_{OEI})N_{T_1}$$

<b>Table 4.2 Effect of the Propulsive Installation on <math>F_{OEI}</math> Eqn (4.72)</b>				
Type of Powerplant	Fixed Pitch	Variable Pitch	Low BPR	High BPR
$F_{OEI}$	1.25	1.10	1.15	1.25

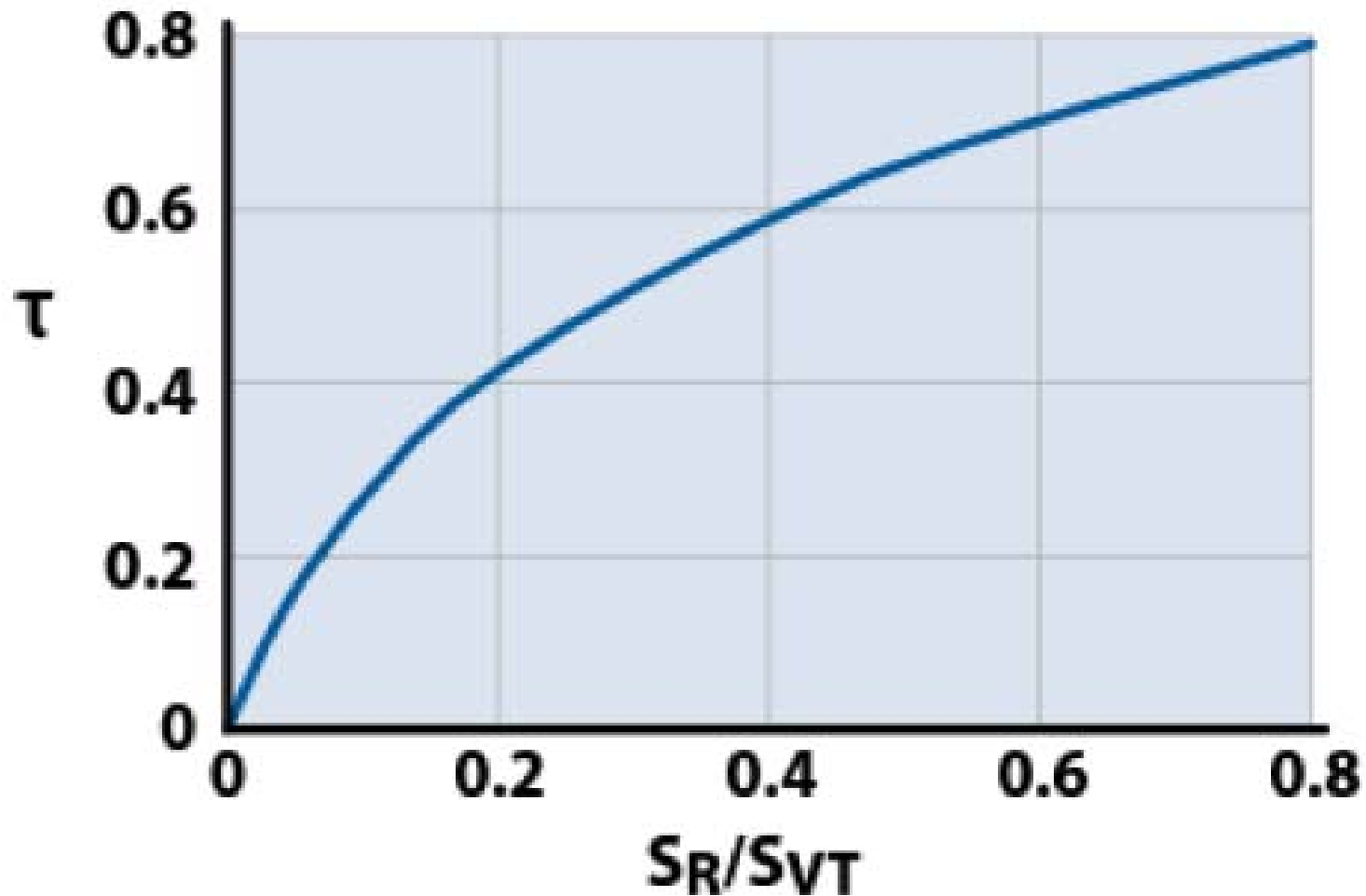


Figure 21.14 Rudder effectiveness chart (from data in Fig. 9.10).

# Estabilidad Estática Lateral - I

- El momento de balanceo depende de:

- Ala (geometría y ubicación)
- Alerones.
- Plano vertical.
- Planta motora:
  - Fallo motor
  - Ubicación

Table 4.2 Dihedral guidelines

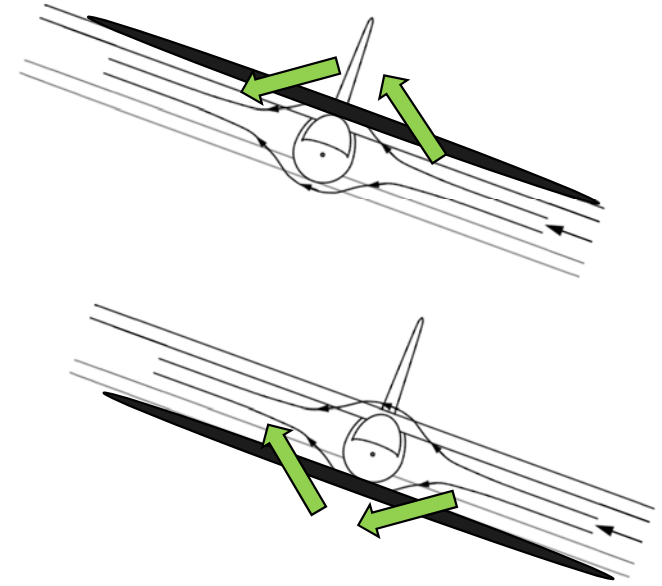
	Wing position		
	Low	Mid	High
Unswept (civil)	5 to 7	2 to 4	0 to 2
Subsonic swept wing	3 to 7	-2 to 2	-5 to -2
Supersonic swept wing	0 to 5	-5 to 0	-5 to 0

- El efecto del diedro es la mayor componente del ala en el par de balanceo:

- El ángulo de diedro tiene un **efecto estabilizador manteniendo el avión nivelado** al producirse un deslizamiento lateral.
  - Cuando el avión entra en un ángulo de inclinación se produce un deslizamiento lateral hacia el ala más baja la cual aumenta el ángulo de ataque.
  - El par de balanceo es proporcional al ángulo de diedro.
  - La **flecha** del ala genera un **efecto estabilizador**:
    - aproximadamente **10° de flecha positiva**  $\approx$  **1° efectivo**
    - Para **flecha negativa** el efecto es **inverso**, por lo que es necesario el **aumentar el diedro físico** para satisfacer los valores de diedro necesarios para garantizar estabilidad lateral-direccional.

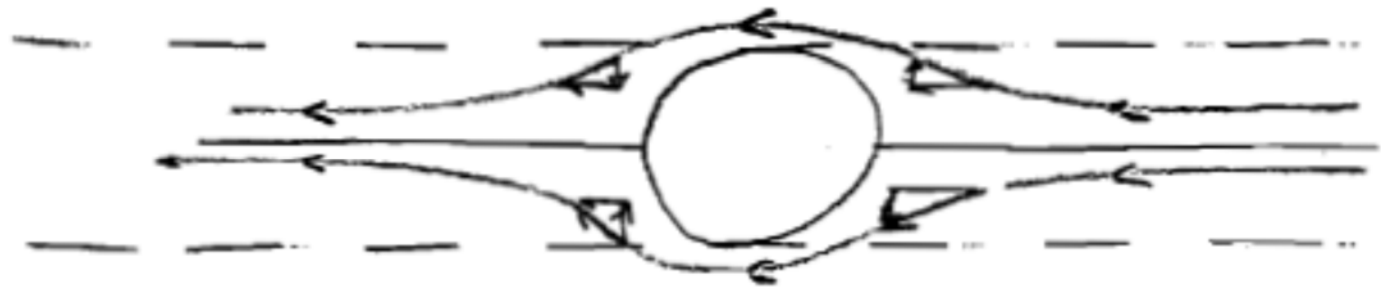
# Estabilidad Estática Lateral - II

- Influencia del viento cruzado de deslizamiento en la ubicación del ala
  - Ala elevada (vista frontalmente)
    - el viento cruzado de la derecha aumenta  $\alpha$ .
    - el viento cruzado de la izquierda disminuye  $\alpha$ .
    - Se genera un par de balanceo negativo:  $C_{l\beta} < 0$
  - Ala baja (vista frontalmente)
    - el viento cruzado de la derecha disminuye  $\alpha$ .
    - el viento cruzado de la izquierda aumenta  $\alpha$ .
    - Se genera un par de balanceo positivo:  $C_{l\beta} > 0$
  - Aviones de ala baja utilizan el diedro para compensar el  $C_{l\beta} > 0$

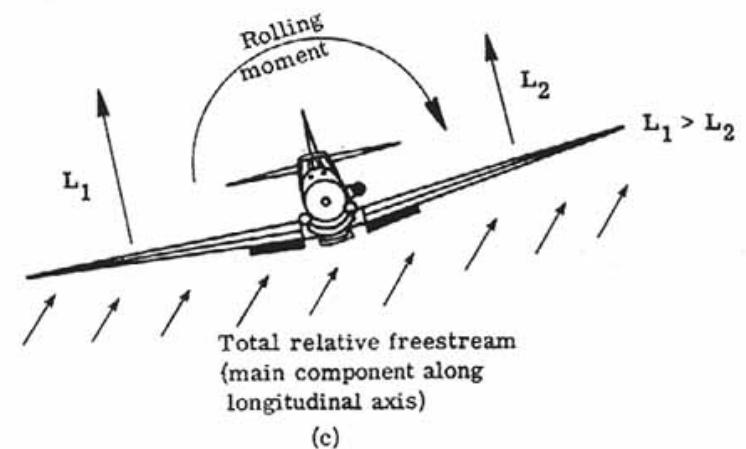
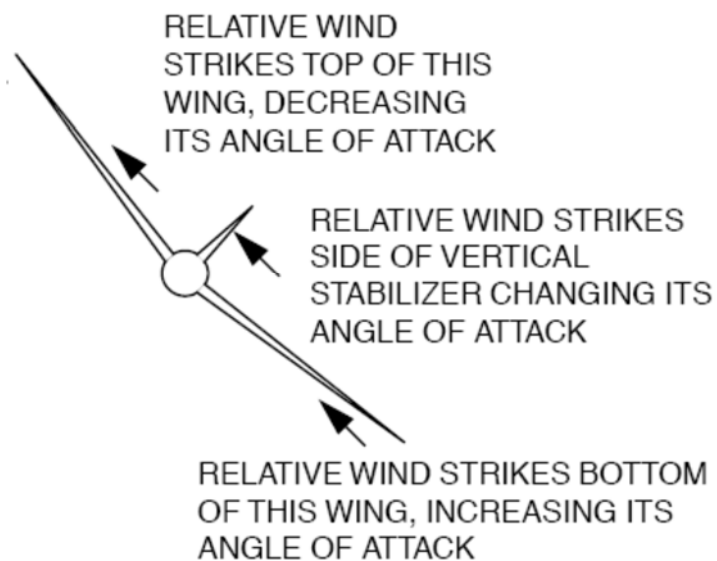
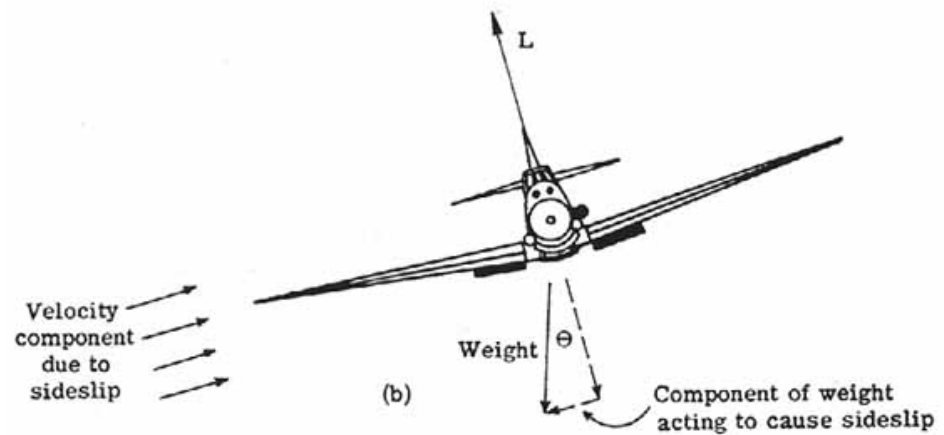
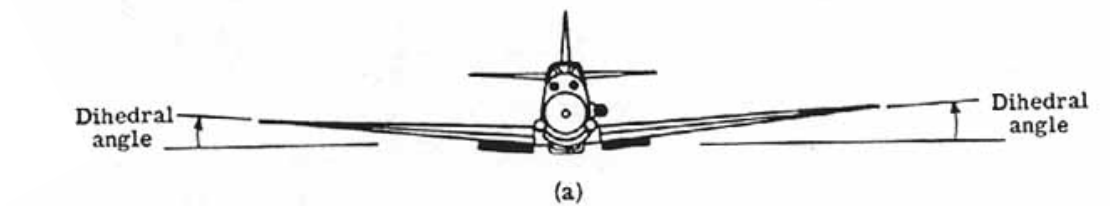
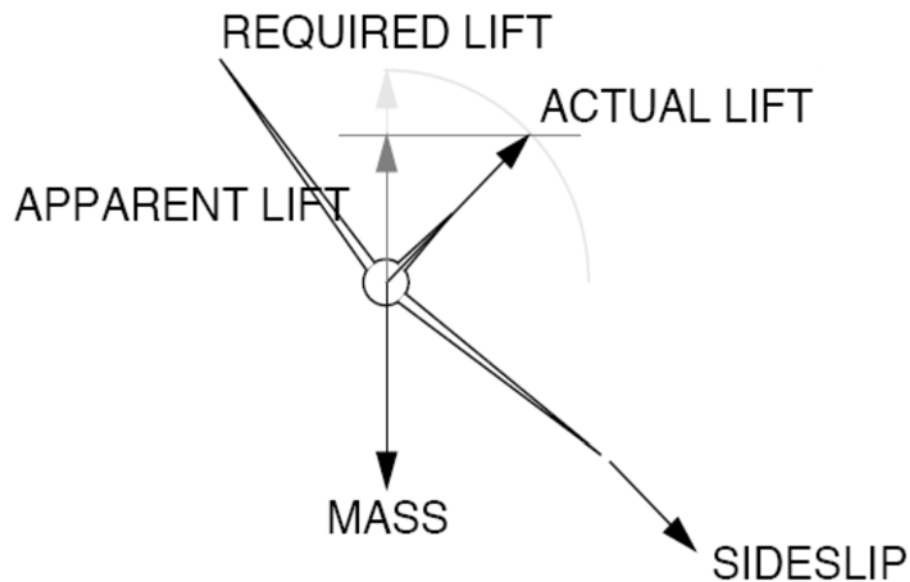


High Wing

Low Wing

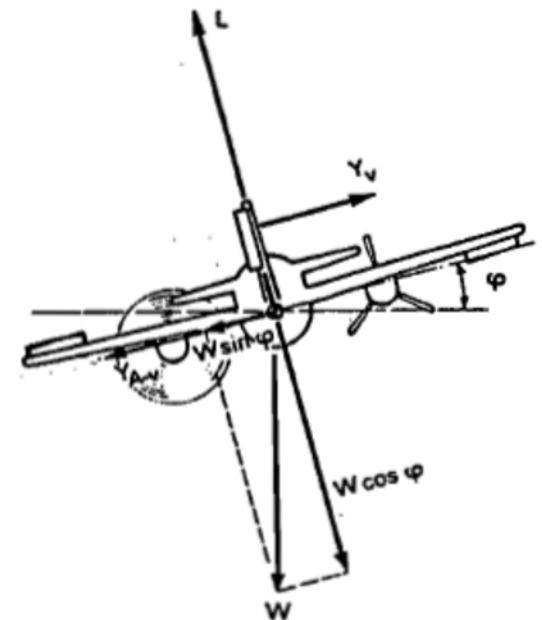
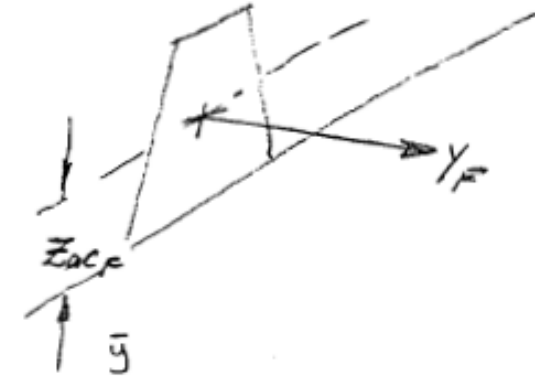


# Efecto Dihedro



# Estabilidad Estática Lateral - III

- Los **alerones** aumentan la sustentación en una de las alas y la reduce en la otra generando un par de balanceo.
- La **cola vertical contribuye positivamente** a la **estabilidad lateral** del avión al estar el **centro aerodinámico** de la **cola** por **encima** del **centro** de gravedad del avión.
- El caso de **fallo de motor** es el más significativo en par de balanceo si la estela del jet incide directamente en los flaps.
  - El aire de la estela del motor tiene una **presión dinámica mayor**, por lo que genera **mayor sustentación** en un ala. Si la estela solo está presente en una de las alas, genera mayor sustentación en una de las alas por lo que se genera un par de balanceo.
    - El par de balanceo suele ser por lo general bastante menor que el par de guiñada asociado por el fallo del motor.
- La **ubicación de los motores** será también importante para determinar su contribución al par de balanceo.
  - Si están **substancialmente** por **encima** o por **debajo** del **centro de gravedad** el empuje de los motores **contribuirá** al **momento** de balanceo con una fuerza normal, la cual será **estabilizadora** si los **motores** está por **encima** del **C.G.**





# Momento de balanceo debido al deslizamiento - 1

- $C_{l\beta}$  debería ser negativo y con magnitud aproximadamente la mitad de  $C_{n\beta}$  para velocidades subsónicas.
- Su magnitud es aproximadamente  $0.0002 \Gamma$  ( $\Gamma$  en  $^\circ$ )

$$C_{l\beta} = C_{l\beta_w} + C_{l\beta_v}$$

$$(C_{l\beta})_v = -a_v \frac{S_v}{S_w} \frac{z_v}{b_w} \eta_v = - (C_{n\beta})_v \frac{z_v}{l_v}$$

$z_v$  = distance from the center of pressure of the vertical tail to the airplane's x-axis (positive for vertical tail above the x-axis).

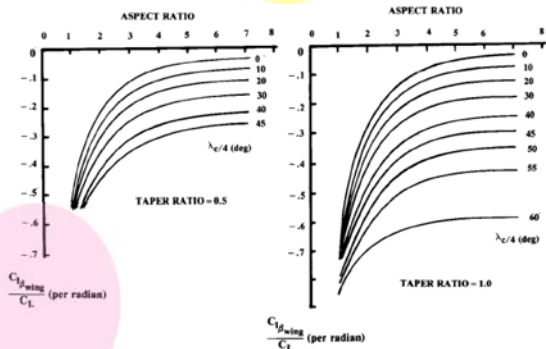
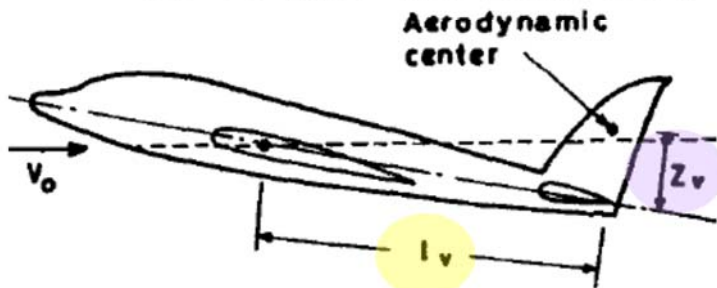


Fig. 16.21 Dihedral effect of sweep. (Ref. 10)

$$C_{l\beta_w} = \left( \frac{C_{l\beta_w}}{C_L} \right) C_L + (C_{l\beta})_\Gamma + C_{l\beta_{wf}}$$

1/radianes

radianes

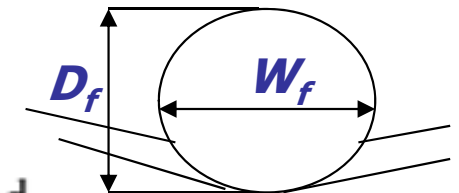
$$(C_{l\beta})_\Gamma = - \frac{C_L \Gamma}{4} \left[ \frac{2(1+2\lambda)}{3(1+\lambda)} \right]$$

Altura vertical del ala por encima del fuselaje

Ancho del fuselaje

$$C_{l\beta_{wf}} = -1.2 \frac{\sqrt{A} Z_{wf} (D_f + W_f)}{b^2}$$

Profundidad del fuselaje



$$\text{High wing } C_{l\beta_{wing-fus}} \approx -0.0344 / \text{rad}$$

$$\text{Middle wing } C_{l\beta_{wing-fus}} \approx 0$$

$$\text{Low wing } C_{l\beta_{wing-fus}} \approx +0.0458 / \text{rad}$$

## Momento de balanceo debido al deslizamiento - 2

- Aunque hay procedimientos para estimar el efecto de la flecha en el dihedro, tomar la hipótesis que aproximadamente  $10^\circ$  de flecha positiva  $\approx 1^\circ$  efectivo

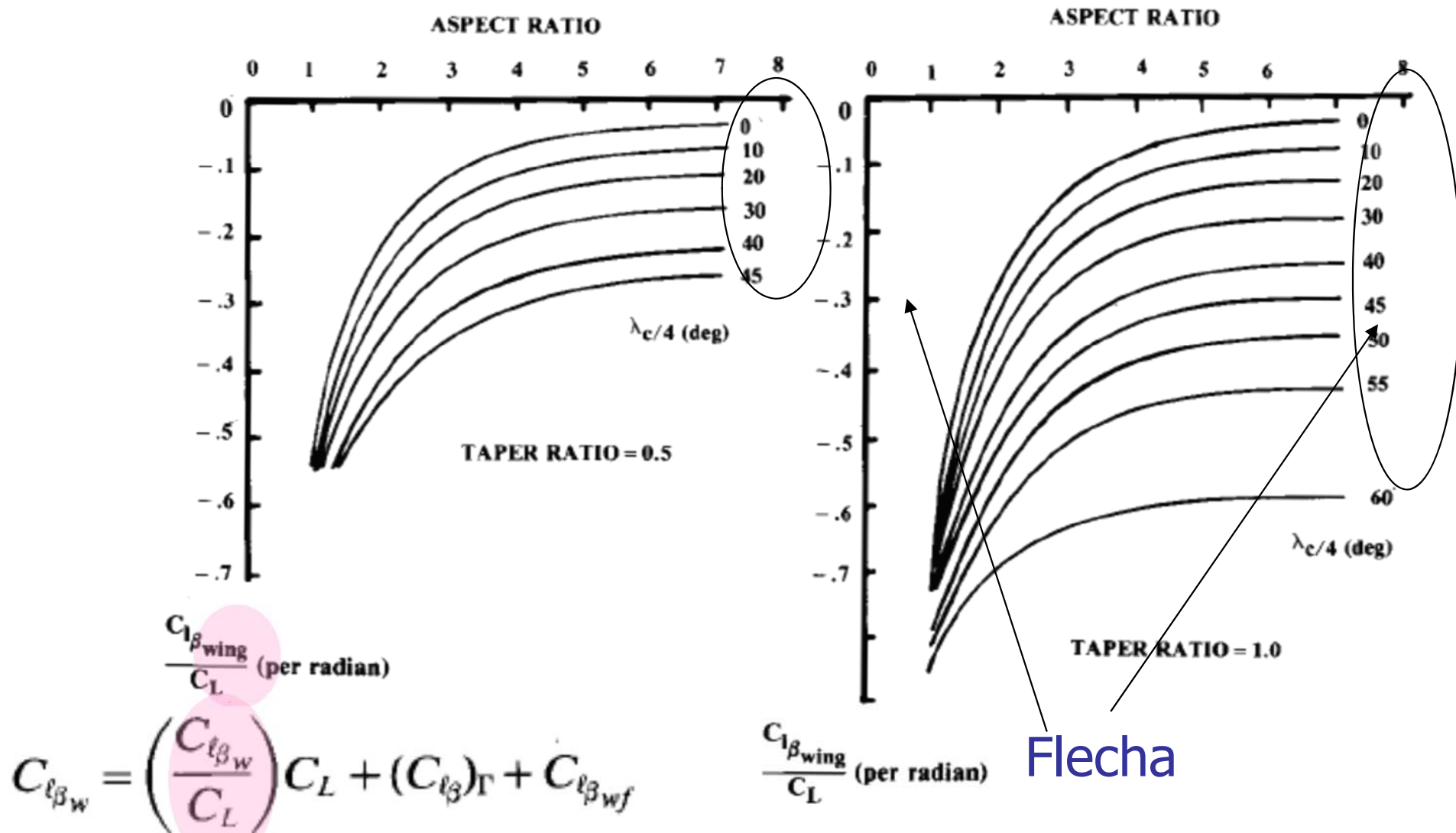
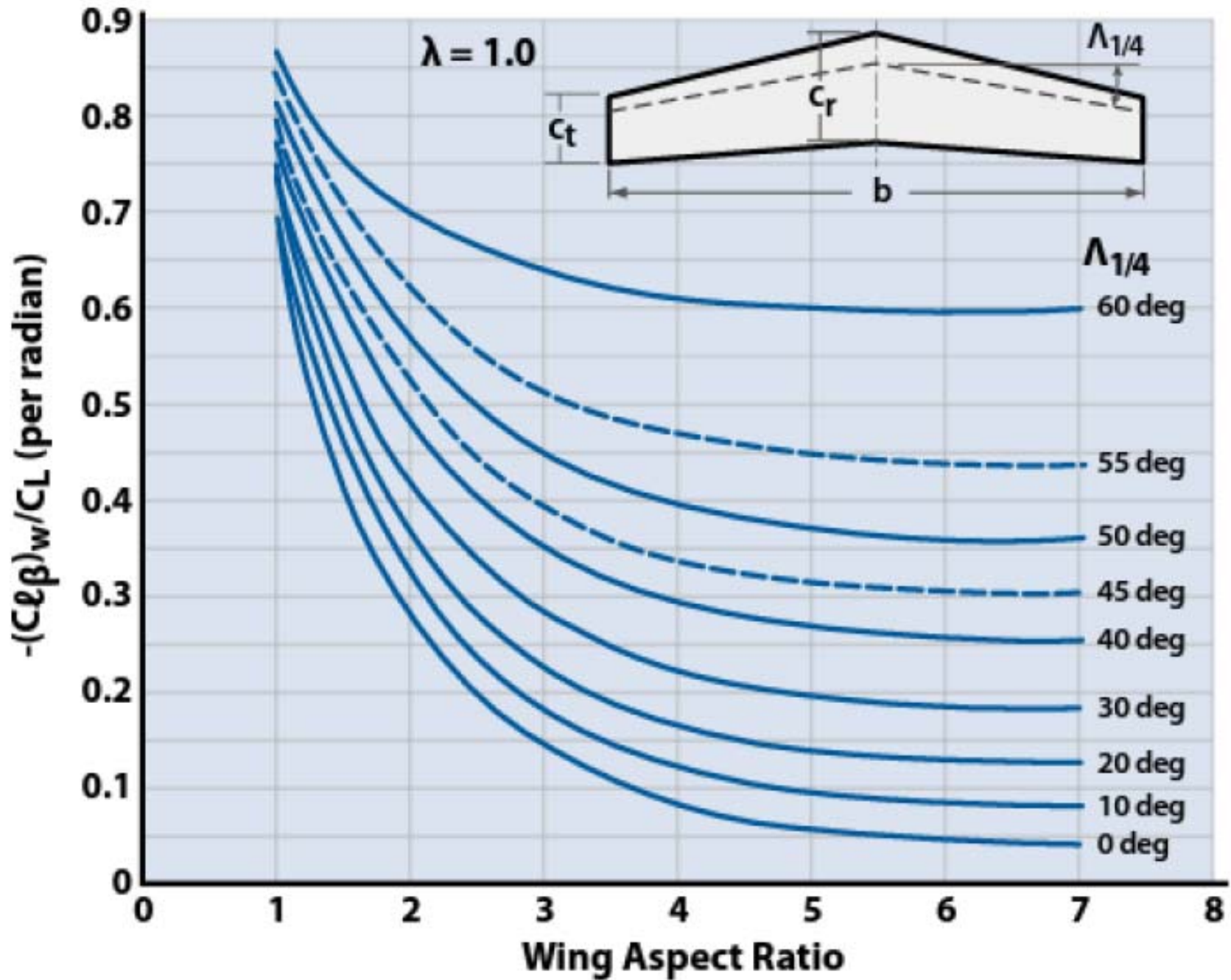
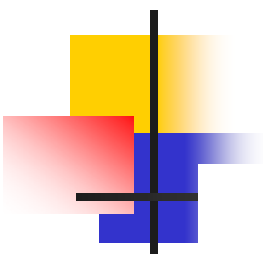


Fig. 16.21 Dihedral effect of sweep. (Ref. 10)



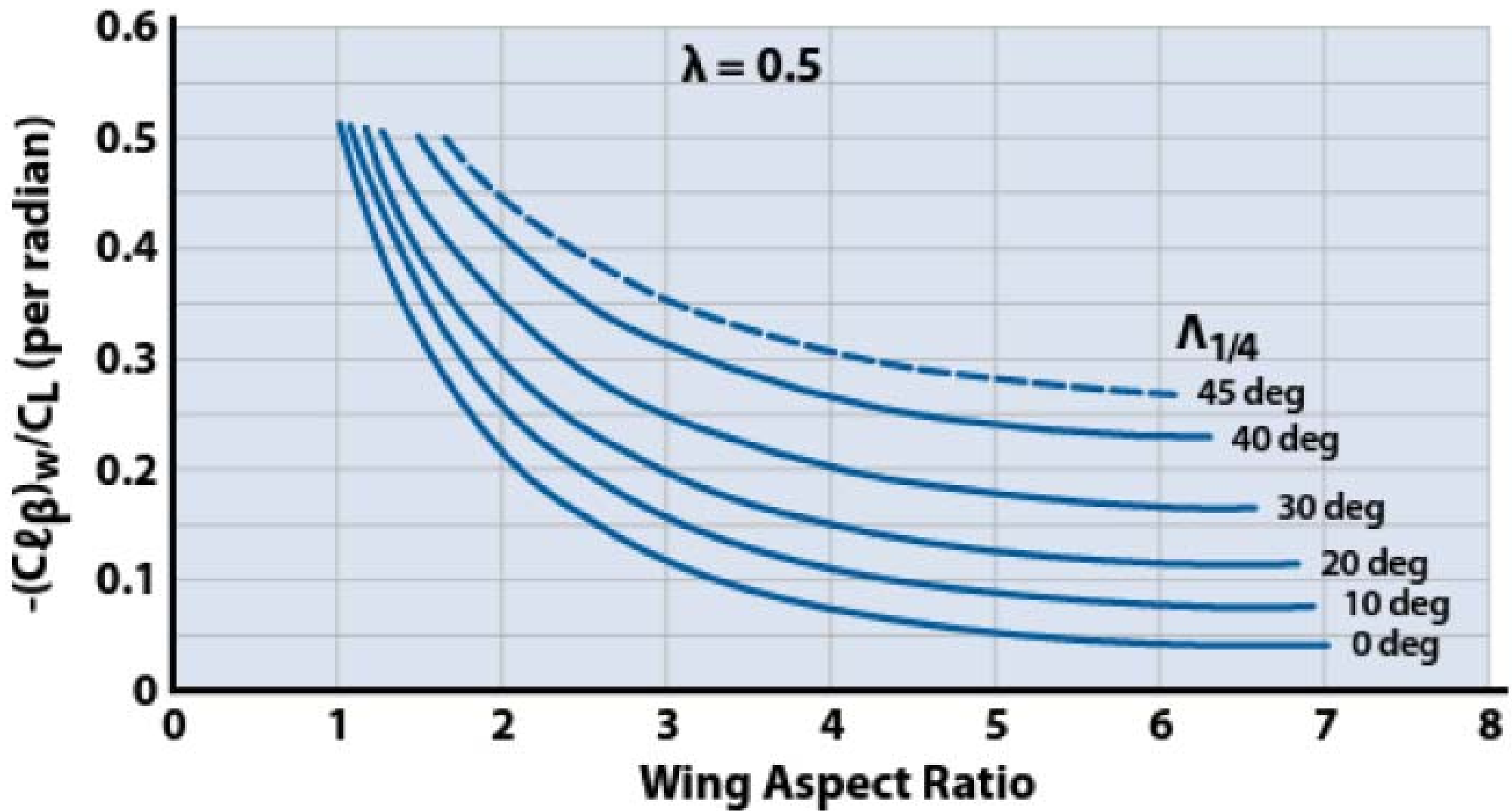


Figure 21.10 The  $C_{l\beta}$  of straight tapered wings with zero dihedral.

# Dimensionado del Alerón

$$C_{\ell} = 0 = C_{\ell p} \left( \frac{Pb}{2V} \right) + C_{\ell \delta_a} \delta_a \quad (21.17a)$$

where

$C_{\ell p}$  =  $dC_{\ell}/d(Pb/2V)$  is the damping in roll coefficient (determined from Fig. 21.11)

$C_{\ell \delta_a}$  =  $dC_{\ell}/d\delta_a$  is the aileron control power derivative

$P$  = roll rate in radians per second

$\delta_a$  = aileron deflection

Rearranging Eq. (21.17a) to solve for the roll rate yields

$$P = -\frac{2V}{b} \frac{C_{\ell \delta_a}}{C_{\ell p}} \delta_a \quad (21.17b)$$

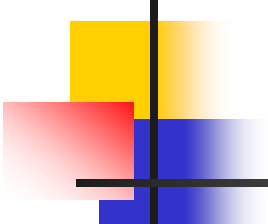
Table 23.3 MIL-HDBK-1797 Roll Requirements

Class	Roll Performance
I	600 in 1.3 s
II	450 in 1.4 s
III	300 in 1.5 s
IVA	900 in 1.3 s
IVB	900 in 1.0 s
IVB	3600 in 2.8 s
IVC	900 in 1.7 s

$V$  – velocidad en maniobras

Fe de errata (el último 0 es grado)





MIL-HDBK-1797 places all aircraft in one of the following classifications, Class I, Class II, Class III, Class IVA, Class IVB, or Class IVC:

### Class I

Small, light airplanes such as

- Light utility
- Primary trainer
- Light observation

### Class IVA

High-maneuverability airplanes such as

- Fighter–interceptor
- Attack
- Tactical reconnaissance
- Observation
- Trainer for Class IV

### Class IVB

Air-to-air fighter

### Class IVC

Air-to-ground fighter with external stores

### Class II

Medium-weight, low-to-medium maneuverability airplanes such as

- Heavy utility or search and rescue
- Light or medium transport, cargo, or tanker
- Early warning, electronic countermeasures, or airborne command, control, or communications relay
- Antisubmarine
- Assault transport
- Reconnaissance
- Tactical bomber
- Heavy attack
- Trainer for Class II

### Class III

Large, heavy, low-to-medium maneuverability airplanes such as

- Heavy transport, cargo, or tanker
- Heavy bomber
- Patrol, early warning, electronic countermeasures, or airborne command, control, or communications relay
- Trainer for Class III



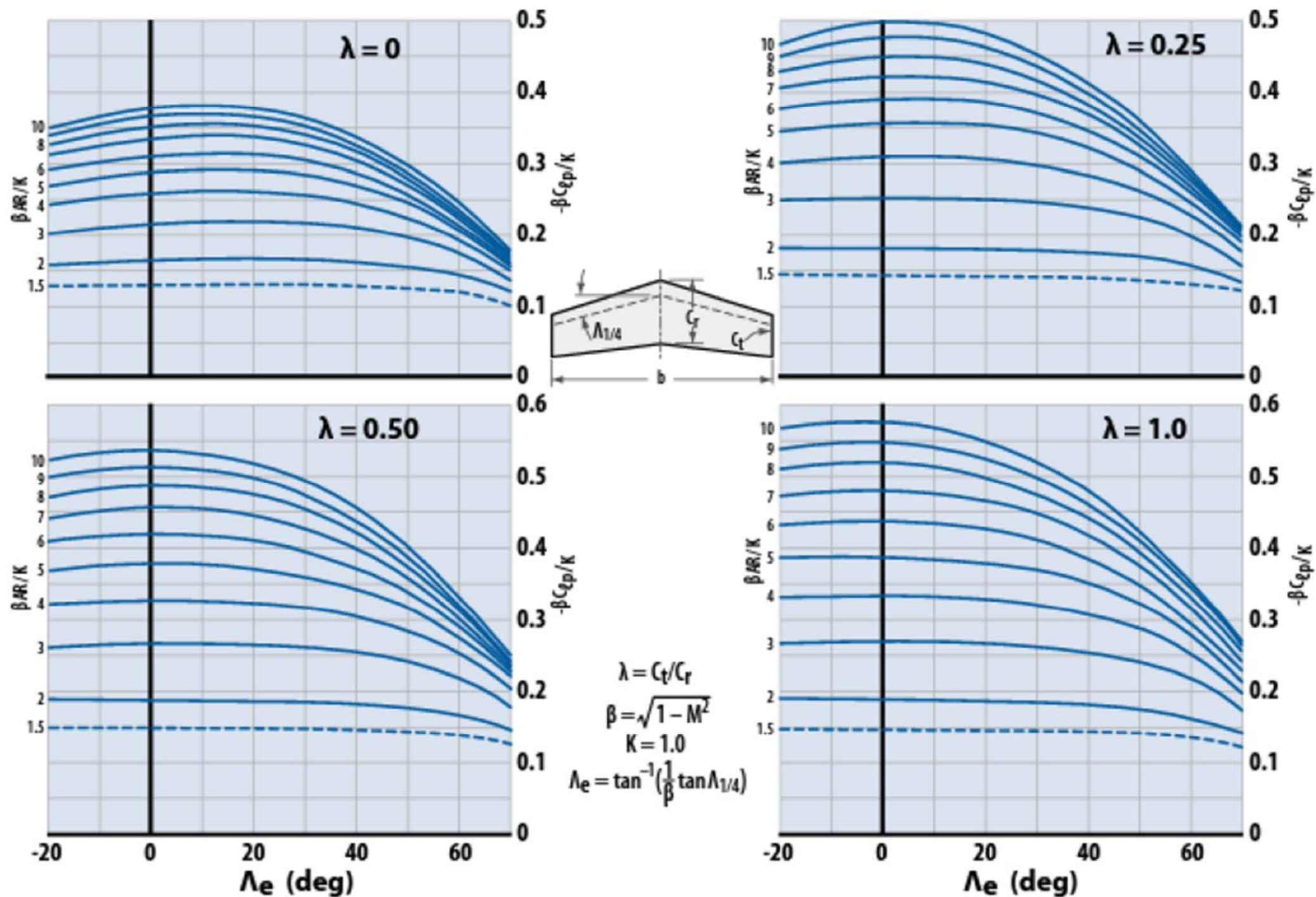


Figure 21.11  $C_{i,p}$  for straight wings (data from [6]).

# Contribución de los alerones

- Se utiliza un método de franjas. Se divide los alerones en franjas

Brazo del momento de la franja

$$C_{l\delta_a} = \frac{2 \sum K_f \left( \frac{\partial C_L}{\partial \delta_f} \right)' Y_i S_i \cos \Lambda_{H.L.}}{S_w b}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial \delta_f} = 0.9 K_f \left( \frac{\partial C_l}{\partial \delta_f} \right)' \frac{S_{flapped}}{S_{ref}} \cos \Lambda_{H.L.}$$

$$C_{n\delta_a} = -0.2 C_L C_{l\delta_a}$$

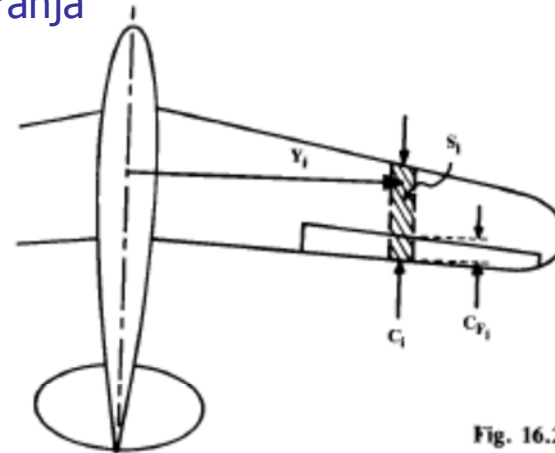


Fig. 16.22 Aileron strip geometry.

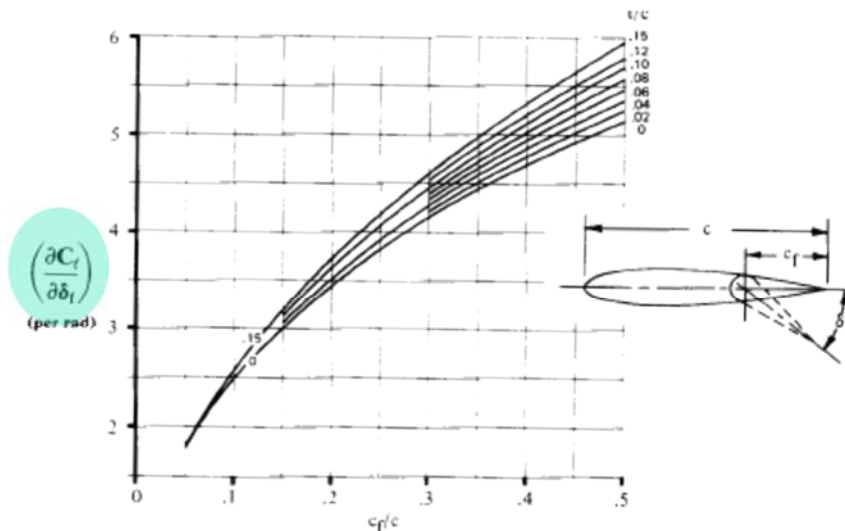


Fig. 16.6 Theoretical lift increment for plain flaps. (Ref. 37)

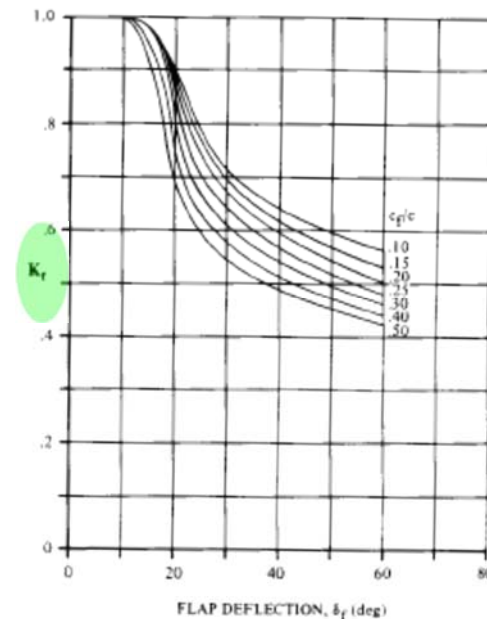
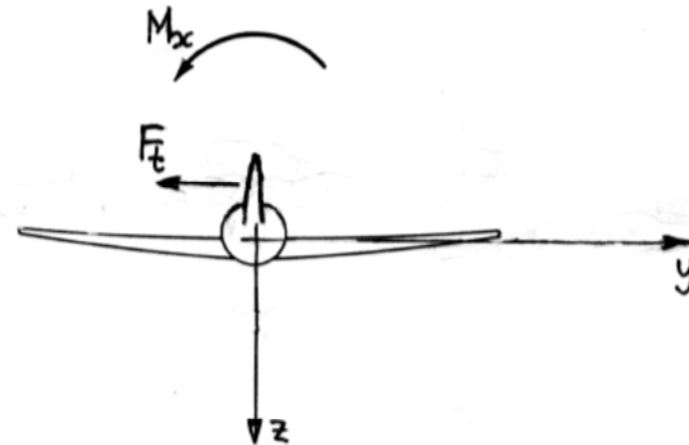
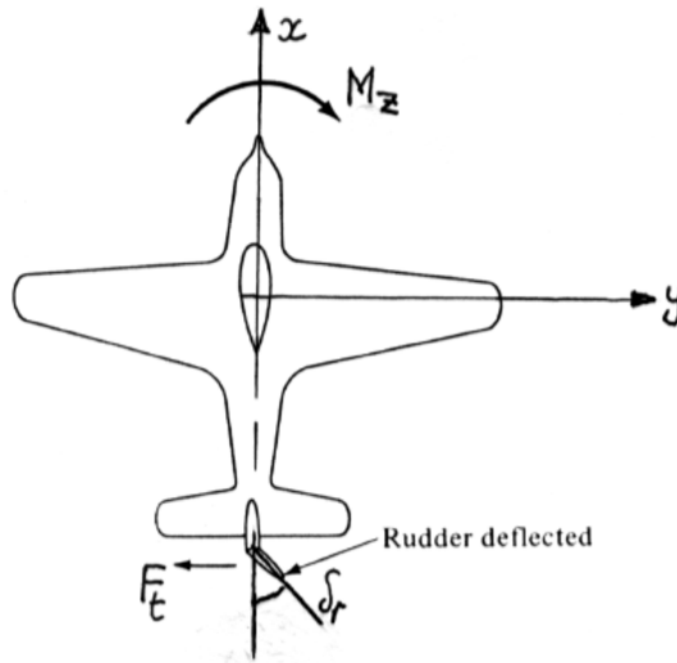


Fig. 16.7 Empirical correction for plain lift increment. (Ref. 37)

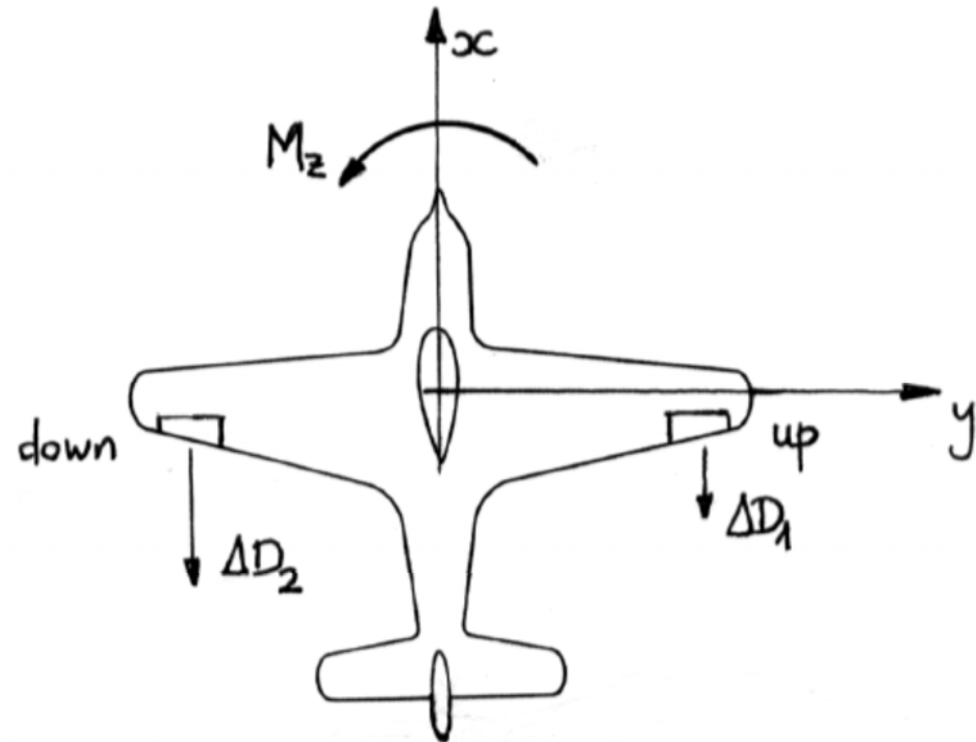
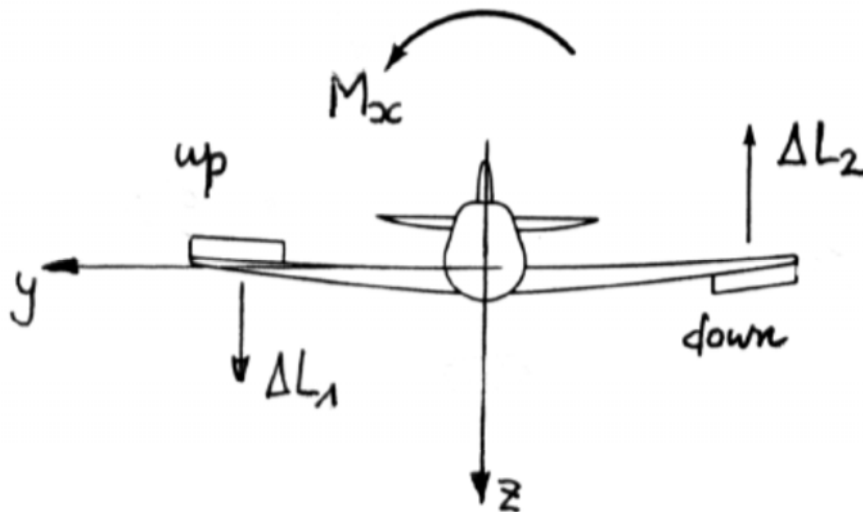
# Control Lateral-Direccional - I

- El control **direccional** es ejercido por el **timón de dirección** y el control **lateral** por medio de los **alergones**.
- Los movimientos de **balance** y de **guiñada** están acoplados:
  - una deflexión de los alergones,  $\delta_a$  produce momentos de **balance** y de **guiñada**.
  - una deflexión del timón de dirección,  $\delta_r$  produce momentos de **guiñada** y de **balance**
  - $C_{M\delta_r}$  : **potencia de control direccional** y representa la capacidad del timón de dirección para cambiar el **equilibrio de momentos de guiñada** del avión
    - cambiar el ángulo de resbalamiento:
      - una deflexión del timón de dirección  $\delta_r$  genera una fuerza lateral en la cola  $F_t$ , la cual da lugar a un momento de guiñada  $M_z$  respecto del centro de masas.



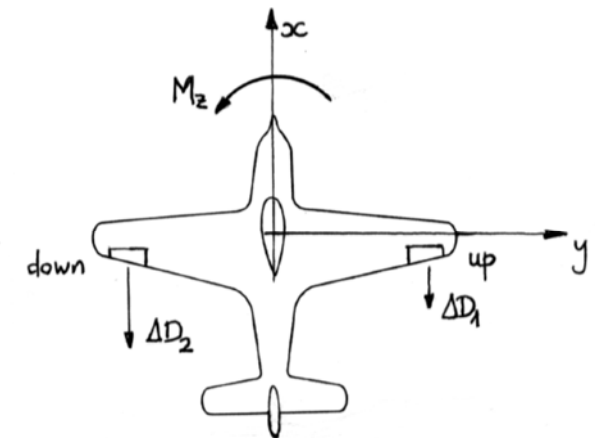
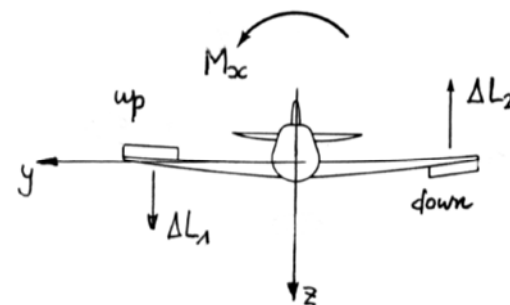
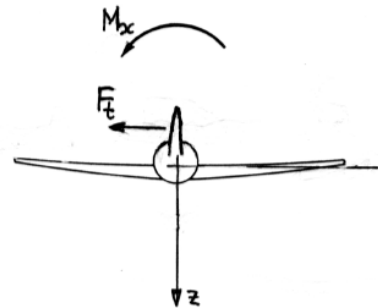
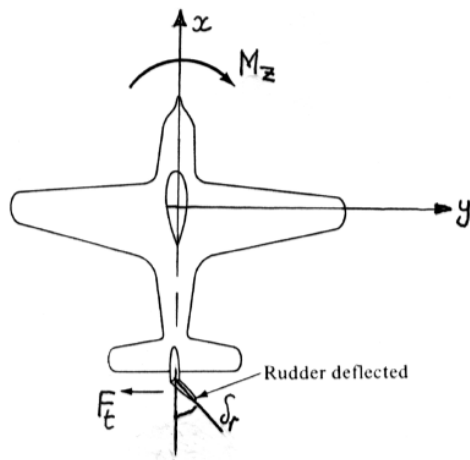
# Control Lateral-Direccional - II

- $C_{L\delta a}$  se llama **potencia de control lateral** y representa la capacidad de los **aleros** para **cambiar el equilibrio de momentos** de balance, y por tanto para cambiar el ángulo de balance:
  - una **deflexión** de los **aleros**  $\delta_a$  genera **variaciones de sustentación** en las dos **semialas**, las cuales dan lugar a un **momento de balance**  $M_x$  respecto del centro de masas.



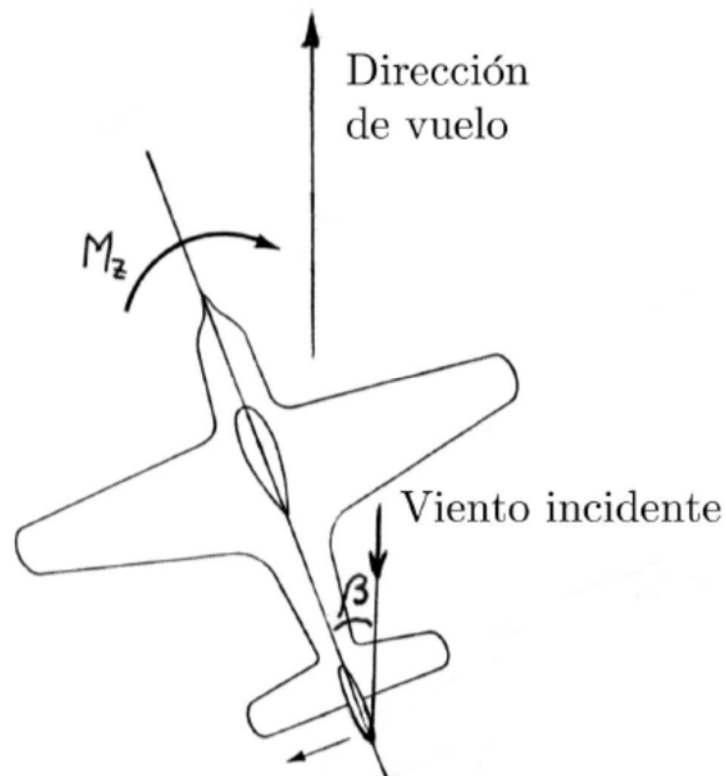
# Control Lateral-Direccional - III

- $C_{L\delta r}$  y  $C_{N\delta a}$  representan el **acoplamiento** entre los **controles lateral-direccionales**.
  - El acoplamiento  $C_{L\delta r}$  representa el **momento de balance** ocasionado por la fuerza lateral generada por  $\delta_r$ .
    - depende de la **distancia** entre el **centro aerodinámico** del estabilizador vertical y el eje  $x$ .
  - El efecto representado por  $C_{N\delta a}$  se llama **guiñada adversa**:
    - al **deflectar** los alerones **no sólo** la **sustentación** de las dos **semialas** es **distinta**, sino que también lo es la **resistencia aerodinámica** de ambas, lo cual da lugar a un momento de guiñada
      - para evitar la guiñada adversa se suelen dar **deflexiones distintas** a los dos **alerones**, de forma que el **incremento de resistencia** sea **aproximadamente igual** en las dos **semialas**.



# Control Lateral-Direccional - IV

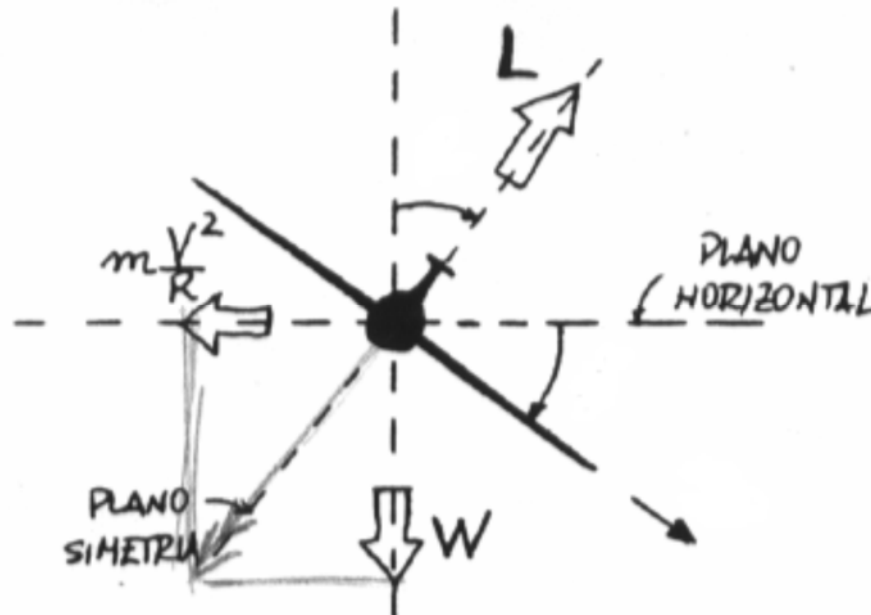
- $C_{N\beta}$  es el **índice de estabilidad estática direccional**, cuya principal contribución proviene del **estabilizador vertical**, el cual actúa análogamente al estabilizador horizontal en el caso longitudinal:
  - si se produce una variación del ángulo de resbalamiento se genera una fuerza lateral  $F_z$  en la cola, la cual da lugar a un momento de guiñada  $M_z$  respecto del centro de masas que tiende a alinear el avión con la dirección de vuelo (esto es, a disminuir el ángulo de resbalamiento), es decir, el estabilizador vertical proporciona estabilidad direccional.





# Control Lateral-Direccional - V

- Con respecto al **movimiento** lateral (de balance):
  - el avión puede considerarse en un estado de estabilidad neutra, es decir, ante una **variación** de ángulo de **balance no** se genera un **momento** que tienda a recuperar la posición de partida, sino que el avión mantiene el vuelo con el nuevo ángulo de balance.
    - En los casos de **movimientos longitudinal** y **direccional** ocurre lo contrario ya que los estabilizadores (horizontal y vertical) generan momentos recuperadores.
  - La componente lateral de la sustentación hace que el avión se mueva lateralmente, es decir, introduce un **ángulo de resbalamiento**.
- A la estabilidad con respecto a esta perturbación se le llama **estabilidad lateral**.
  - $C_{L\beta}$  es el correspondiente índice de estabilidad, llamado **efecto diedro**, debido a que la principal contribución proviene del diedro geométrico del ala:
    - en aviones con flecha, ésta también contribuye.
- Respuestas del avión relacionadas con el problema lateral-direccional son los movimientos conocidos como el **balanceo holandés** (Dutch Roll) y la **barrena**.



# Bibliografía

- Aircraft Design: a conceptual approach, D.P. Raymer, AIAA Education Series, 2006.
- Synthesis of subsonic airplane design, E. Torenbeek, Springer, 1982
- Airplane Design, J. Roskam, Darcorporation, 1989
- Dynamics of Flight, Stability and Control, 3rd Ed., B. Etkin y L.D. Reid, John Wiley & Sons, 1996.
- Nicolai, L.M. Carichner, G.E. Fundamentals of Aircraft and Airship Design: Vol 1, 2010